محور استوائي:

محوری است که شامل قطر بزرگ بیضی گون زمین می باشد.

شعاع متوسط زمین 6900 کیلومتر و اختلاف قطر کوچک و بزرگ زمین حدود 93 کیلومتر است.محور قطبی به کوچکترین قطر بیضی گون گفته می شود.

قطر کوچک	قطر بزرگ	سال و توسط
127121360	12759794	Bessel 1841
12713168	12756602	Clarke 1866
12713824	1256776	Haysara1909
12713546	12756310	Fischer1960

دایره عظیمه: Great Cricle

با فرض کروی بودن زمین اگر صفحه قاطعی از مرکز زمین عبور کند سطح زمین را در یک دایره قطع می کند که به آن دایره عظیمه می گویند.

دایره عظیمه استوائی:

نصف النهارها : Meridiand

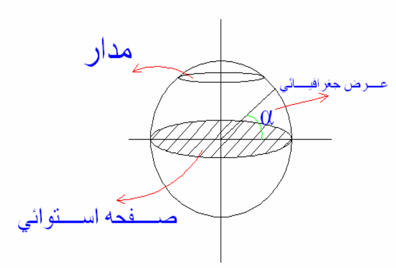
اگر صفحه قاطعی از محور قطبی بگذرد از تقاطع آن با سطح کره زمین دیواری حاصل می شود که به هریک آز آنها نصف النهار می گوئیم.

مدارها: Parallel

اگر صفحه قاطع عمد بر محور قطبی باشد سطح زمین را در دوایری قطع می کند که به آنها مدار می گوئیم.

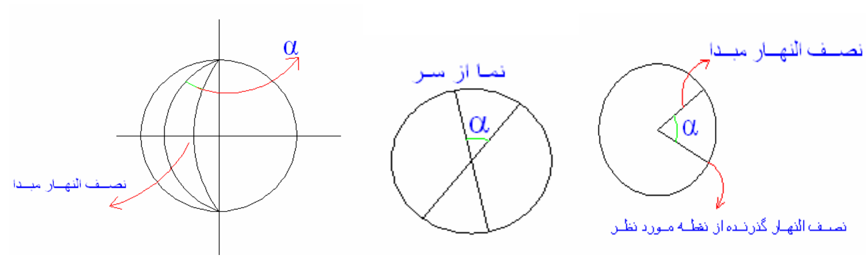
عرض جغرافيائي: Latitude

زاویه ای است که بین امتداد شاقولی در هر نقطه و صفحه استوائی وجود دارد .کلیه نقاطی که در روی یک مدارهستند دارای عرض جغرافیائی ثابت می باشند.نقاطی که روی استوا قرار دارند دارای عرض جغرافیائی صفر و نقاطی که روی قطب قرار دارند دارای عرض جغرافیائی 90 درجه می باشند.



طول جغرافيائي: Lingitude

زاویه ای است که بین نصف النهار گذرنده از یک نقطه و نصف النهار مبدا ساخته می شود .(نصف النهاری که از رصد خانه گرینویچ می گذرد به عنوان رصد خانه مبدا شناخته می شود.)



سطوح مبنا: Dutum

برای اندازه گیری فواصل افقی و عمودی بایستی دو سطح مبنا تعریف کنیم:

1- سطح مبنا افقی Horizental Dutum

2- سطح مبنا عمود Vertical Dutum

برای اینکه اختلاف اندازه فاصله افقی دو نقطه ناشی از انتخاب سطح تراز افقی از بین برود ناچار باید یک سطح تراز افقی مشخصی را به عنوان مبنا تعریف کنیم.به این سطح تراز ،سطح مبنای افقی گویند.

فاصله افقی بین دو نقطه عبارتست از فاصله قوسی که بین تصاویر آن دو نقطه روی یک سطح تراز ایجاد می شود چون فاصله افقی به انتخاب سطح تراز بستگی دارد بایستی یک سطح تراز افقی مبنا انتخاب کنیم که این سطح تراز افقی همان سطح تراز متوسط دریاها انتخاب می شود.ارتفاع هر نقطه نیز

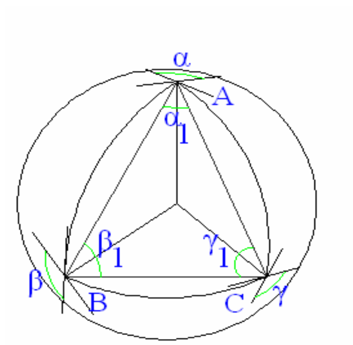
بایستی نسبت به یک مبنا سنجیده شود که این مبنا را سطح مبنای عمودی می گوئیم.برای فواصل قائم نیز سطوح مبنا همان سطوح تراز متوسط دریا هاست.

مثلث کروي: Seherical Triangle

سه نقطه A، B، C را در نظر بگیرید، مثلث کروی شکلی است که از تلاقی دوایر عظیمه گذرنده از زوج نقاط AB ، AC و BC بدست می آید.

زاویه کروي:

همیشه زوایای مثلث کروی از زاویه های مثلث تحت متنافر با ان بزرگتر است.

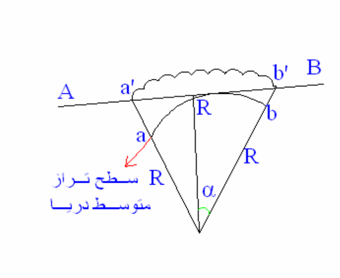


انواع نقشه برداری: (از نظر دقت و وسعت منطقه عملیاتی)

1- نقشه برداری ژئودزی Geodetic Surverying: زمین به همان صورتی که هست در نظر گرفته می شود.

2- نقشه برداری صفحه ای Plane Surverying

نقشه برداری صفحه ای	نقشه برداری ژئودزی
منطقه عملیاتی محدود و نسبت به کره زمین کوچک است	وسعت منطقه عملیاتی بسیار بزرگ است.
سطح تراز را در محدوده عملیاتی مسطح فرض می کنند.	دقت مورد نظر بسیار بالاست
سطوح و خطوط تراز بصورت سطح و خطوط مستقیم در نظر گرفته می شود	سطوح تراز بصورت بیضی گون هستند
امتدادهای شاقولی بصورت موازی و عمود بر سطح تراز فرض می شود	امتدادهای شاقولی موازی نیستند.



محاسبه خطاها در نقشه برداري صفحه اي:

فاصله افقی دو نقطه A و B = $\overset{\frown}{ab}$

فاصله افقی اندازه گیری شده در نقشه برداری = $\overset{\frown}{a'b'}$

|مقدار واقعي - مقدار اندازه گيري شده|= خطای مطلق= ε°

$$\varepsilon = \text{خطای نسبی} = \frac{\text{خطامطلق}}{\text{مقدارواقعي}} = \varepsilon = \frac{\overset{\frown}{a'b'} - \overset{\frown}{ab}}{\overset{\frown}{ab}}$$

$$a'b' = 2R.Tan\alpha$$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{2R.Tan\alpha - 2R\alpha}{2R\alpha} = \frac{Tan\alpha - \alpha}{\alpha} \qquad (I)$$

$$\overset{\frown}{ab} = 2R.\alpha$$

داریم:

$$Tan\alpha = \alpha + \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{4\alpha^5}{5!} + \ldots \qquad \text{بسط مک لورن (mcLaren)}$$

$$(I) \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\alpha + \frac{\alpha^3}{6} - \alpha}{\alpha} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\alpha^2}{6} \qquad \text{خطای نسبی}$$

$$\varepsilon^{\circ} = \varepsilon l \Rightarrow \varepsilon^{\circ} = \frac{\alpha^2 l}{6}$$

$$\Rightarrow \varepsilon^{\circ} = \frac{(\frac{l}{2R})^2 l}{6} \Rightarrow \varepsilon^{\circ} = \frac{l^3}{24R^2} \quad \text{خطای مطلق}$$

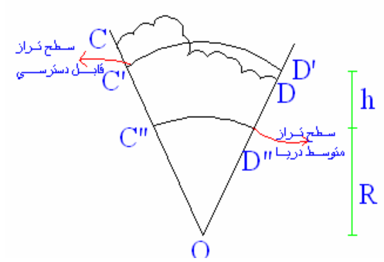
$$l = \overset{\frown}{ab} \quad \text{(طول واقعی)} \quad \alpha = \frac{L}{2R}$$

R=6370 Km

طول قوس L	خطای نسبی $\varepsilon = \frac{\varepsilon^{\circ}}{L}$	خطای مطلق ε°
1km	0	0.000001m
10km	0.0000001m	0.001m
50km	0.0000025m	0.125m

فاصله افقی واقعی = $L'' = C''\widehat{D}'' =$

فاصله افقی اندازه گیری شده = $L' = C'\widehat{D}' =$



$$\frac{L'}{L''} = \frac{R+h}{R} \Rightarrow L'' = \frac{RL'}{R+h}$$

$$\varepsilon^\circ = L' - L'' = L' - \frac{RL'}{R+h} = L'(1 - \frac{R}{R+h}) = L'\frac{h}{R}(\frac{1}{1+\frac{h}{R}})$$

$$\varepsilon^\circ = L'\frac{h}{R}(1 - \frac{h}{R} + \frac{h^2}{R^2} + \ldots) \Rightarrow \varepsilon^\circ \approx L'\frac{h}{R}(1 - \frac{h}{R})$$

فاصله افقی اندازه گیری شده $\Rightarrow \varepsilon^\circ = L'\frac{h}{R}$

مثال-

L'=1000 m , h=1000 m , R=6370

$$\varepsilon^\circ = 0.1569m + 0.0000246m$$

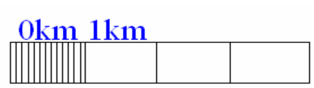
مقیاس Scale

نقشه Map پروفیل Profile مقطع Cross Section

(فاصله همان دو نقطه روی زمین/فاصله دو نقطه روی نقشه)=مقیاس

1- مقیاس عددی (مثل : $\frac{1}{10000}$)

2- مقیاس خطی (مثل:



مقیاسی که ما انتخاب می کنیم به سه عامل بستگی دارد:

1- محدوده عمل

2- مورد استفاده نقشه

3- دقت مورد نیاز

انواع مقیاس

1- کوچک مقیاس (کوچکتر از $\frac{1}{100000}$ تا $\frac{1}{500000}$)

2- میان مقیاس (بین $\frac{1}{10000}$ تا $\frac{1}{50000}$)

3- بزرگ مقیاس ($\frac{1}{5000}$ به بالا)

سطح تراز Level Surface

سطحی است که در هر نقطه بر امتداد شاقولی عمود می باشد.

صفحه افقي Horizantal Plate

به صفحه ای می گویند که در یک نقطه بر سطح تراز مماس می باشد و یا به عبارت دیگر صفحه ای سات که در نقطه مورد نظر بر امتداد شاقولی عمود باشد.

خط افقي Horizantal Line

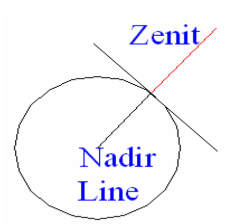
خطی که در یک نقطه بر سطح تراز مماس باشد.هر خطی که در صفحه افقی قرار داشته باشد خط افقی است در صورتیکه از آن نقطه بگذرد و یا به عبارت دیگر خط افقی همواره در صفحه افقی قرار دارد.

زاويه افقي Horizantal Angle

زاویه بین دو خط افقی را زاویه افقی می گوئیم.

زاویه افقی بین دو خط در فضا برابر است با زاویه افقی تصاویر قائم آنروی خط روی صفحه افقی.

خط عمودي يا خط قائم:



خطی است که در نقطه مورد نظر مورد نظر بر سطح تراز عمود باشد و یا بر صفحه افقی عمود باشد بعبارت دیگر

خطی است که در نقطه مورد نظر به موازات خط شاقولی باشد.

امتداد Zenit:

امتدادی است به موازات خط عمودی در صورتیکه جهت آن از سطح زمین به سمت خارج باشد.

امتداد Nadir :

امتدادی است به موازات خط عمودی در صورتیکه جهت آن از طرف زمین به سطح مرکز زمین باشد.

صفحه عمودي Vertical Plan

صفحه عمودی در یک نقطه صفحه ای است که خط عمودی گذرنده از آن نقطه در آن قرار گیرد و یا به صفحه ای گفته می شود که شامل یک خط قائم باشد (حداقل یک خط

زاويه عمودي دو خط:

زاویه بین دو خط که در صفحه عمودی قرار گرفته باشند زاویه عمودی نامیده می شود.

زاويه عمودي یک خط:

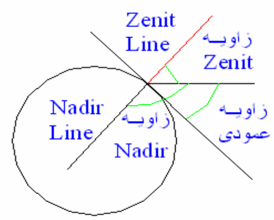
زاویه ای است عمودی که یک ضلع آن امتداد مورد نظر و ضلع دیگر آن فصل مشترک صفحه عمودی گذرنده از امتداد مورد نظر و صفحه افقی است و یا زاویه بین خط مورد نظر و یک خط افقی که در صفحه قائم شامل خط مورد نظر قرار گرفته باشد زاویه عمودی آن خط نامیده می شود.

زاويه Nadir براي یک امتداد:

زاویه بین امتداد مورد نظر و امتداد Nadir را زاویه Nadir گویند.

زاويه Zenit براي یک امتداد:

زاویه بین امتداد مورد نظر و امتداد Zenit را گویند.



از رابطه بین سه زاویه

$$\begin{cases} \underset{angle}{Zenit} + \underset{angle}{Vertical} = 90^\circ \\ \underset{angle}{Nadir} - \underset{angle}{Vertical} = 90^\circ \\ Nadir + Zenit = 180^\circ \end{cases}$$

بلندي يا ارتفاع يک نقطه : Elevation

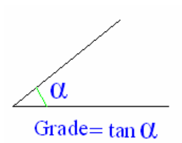
فاصله عمودی بین نقطه مورد نظر تا سطح تراز مبنا(سطح مبنای عمودی)

خطوط هم تراز : Countur

خطوطی هستند که کلیه نقاط آنها دارای امتداد مساوی باشند.

خط هم تراز مکان هندسی نقاطی است که دارای ارتفاع مساوی هستند.

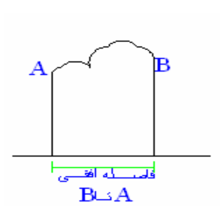
شیب یک خط:



تانژانت زاویه بین امتداد مورد نظر و خط افقی (تانژانت زاویه عمودی)یک امتداد مورد نظر را شیب ان خط گویند.

Grade Of AB=tan α

فاصله افقي : Horizantal Distance

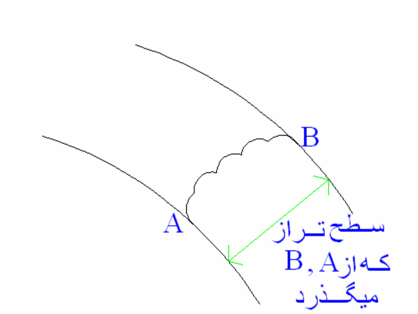


طول کمان بین تصاویر عمودی دو نقطه مورد نظر روی یک سطح تراز فرضی (سطح مبنای افقی)که این سطح را سطح تراز متوسط دریاها می گیرند.

فاصله افقي در جاهاي كوچک:

فاصله بین تصاویر قائم دو نقطه مورد نظر روی صفحه افقی است.

اختلاف ارتفاع Difference in elevation



فاصله دو سطح تراز که از دو نقطه مورد نظر می گذرد را اختلاف ارتفاع دو نقطه می نامند.

ترازيابي Lereling

یکی از عملیاتی است که در نقشه برداری انجام می شود و هدف از آن بدست آوردن اختلاف ارتفاع نقاط می باشد.

اندازه گيري و تعيين آن در نقشه برداري

کمیتهائی که بصورت مستقیم اندازه گیری می شود:

1- فاصله

2- اختلاف ارتفاع

3- زاویه

1- تشخیص انواع خطوط و نحوه تعیین آنها در اندازه گیری ها

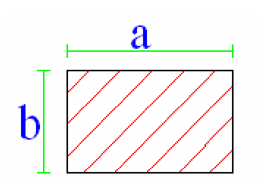
2- نحوه تاثیر و پخش خطا روی کمیتهائی که از محاسبات روی پارامترهای اندازه گیری شده بدست می آید.

كارهائي كه در اين فصل انجام مي دهيم:

بررسی و شناخت خطاهائی که در اندازه گیری مستقیم وجود دارند.

بررسی اثر خطاهای ایجاد شده در کمیتهای مستقیم روی کمیتهائی که برای آنها مدل ریاضی داریم.

مثال-



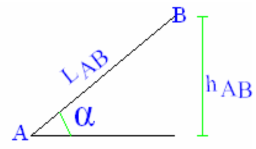
$a > b$: کمیتهای اندازه گیری شده

$S=a.b$: مدل ریاضی

مشاهدات: Observation

اندازه گیری یک کمیت بصورت مستقیم را مشاهده گوئیم.

مثال-



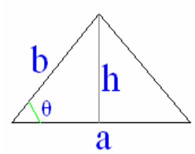
کمیتهای اندازه گیری شده : L_{AB} ,h_{AB}

مدل ریاضی : $d=\sin^{-1}(\frac{h_{AB}}{L_{AB}})$

چون در h_{AB} و L_{AB} خطا داشتیم در $\tan\alpha$ نیز خطا وجود دارد:

$$\tan\alpha=\tan[\sin^{-1}(\frac{h_{AB}}{L_{AB}})]$$

مثال-



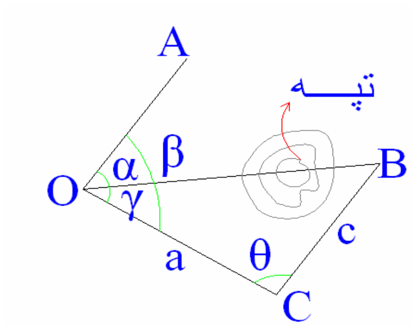
کمیتهای اندازه گیری شده : a , b,θ

$$S=\frac{1}{2}a.h$$

مدل ریاضی :

$$\Rightarrow S=\frac{1}{2}ab\sin\theta$$

$$h=b\sin\theta$$



کمیتهای اندازه گیری شده :a , B,C,θ

α را می خواهیم : مدل ریاضی

$$\alpha=\beta-\gamma \ \ (\mathrm{I})$$

$$\frac{C}{\sin\gamma}=\frac{OB}{\sin\theta}\Rightarrow\sin\gamma=\frac{C}{OB}\sin\theta$$

$$\Rightarrow\sin\gamma=\frac{C\sin\theta}{\sqrt{a^2+C^2-2aC\cos\theta}}$$

$$OB^2=a^2+C^2-2aC\cos\theta$$

$$\Rightarrow \gamma = \sin^{-1}\left(\frac{C\sin\theta}{\sqrt{a^2+C^2-2aC\cos\theta}}\right)$$

$$(I) \Rightarrow \alpha = \beta - \sin^{-1}\left(\frac{C\sin\theta}{\sqrt{a^2+C^2-2aC\cos\theta}}\right)$$

مشاهدات

متغیر تصادفي: Random Variable

متغیر x را تصادفی می گویند هرگاه مقادیری کانلا تصادفی و راندوم بتواند اختیار کند.

مقدار واقعی – مقدار اندازه گیری شده = Error

تصحیح = Correction

$$C = -E = \hat{x} - x \quad و \quad E = x - \hat{x} \qquad \Rightarrow \hat{x} = x + c$$

Correction=-Error

مقدار واقعی = تصحیح + مقدار اندازه گیری شده

خطاهاي اندازه گیري:

1- اشتباه

2- خطاهای سیستماتیک

3- خطاهای اتفاقی

1- اشتباه Mistakr Blunder

انحرافی است که در نتیجه بی توجهی،بی دقتی ، فراموشی ، بی تجربگی و ... حاصل می شود.

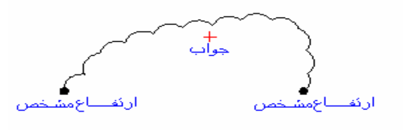
اشتباهات در اندازه گیری باید حتما حذف شوند.

روشهاي تخصيص اشتباهات

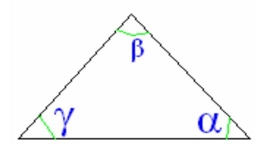
1- تکرار اندازه گیریها

2- کنترل جوابها و انجام عملیات به گونه ای که کنترل ان ممکن باشد

3- انجام عملیات بصورت رفت و برگشتی



$\alpha + \beta + \gamma = 180$



2- خطاهاي سيستماتيک Systematic Error

خطاهائی است که بر اساس یک سیستم و قاعده مشخص اتفاق می افتد و برای تخمین و شناسائی این خطاها باید سیستم و قاعده مذکور را بشناسیم، مثل خطاهای غیر استاندارد بودن مترها

عواملي که باعث خطاهاي سيستماتيک مي شوند:

1- اشتباهات دستگاهها و وسائل

2- شرایط محیطی:دما،شکست نور، انحنائ زمین ، وزش باد و ...

3- خطاهای ناشی از مشاهده گر و خطاهای ناشی از عوامل روحی،خستگی و ...

3- خطاهاي اتفاقي : Random Errors

اگر خطاهای سیستماتیک و اشتباهات کاملا حذف شوند ویا تصحیح شوند بازهم خطائی در اندازه گیریها وجود دارند که به ان خطاهای اتفاقی می گویند.

علت اصلی این خطاها این است که:

1- قابل پیش بینی نیستند

2- نمی توان آنها را محاسبه کرد

3- نمی توان آنها را تصحیح کرد

مقدار اندازه گیری شده = x

خطاهای سیستماتیک = L_S

تصحیح سیستماتیک = $C_S=-L_S$

x_C(مقدار تصحیح شده)$=x+C_S$ (تصحیح)

توابع احتمال Probability function

1- تابع دانسیته Densing function

2- تابع تجمعی Cumulative function

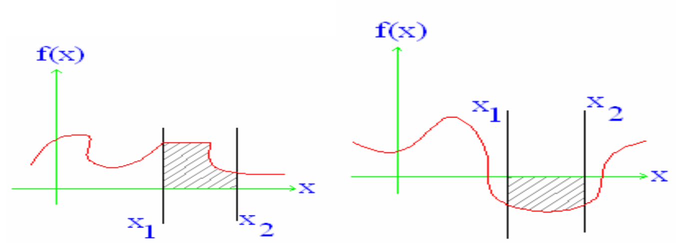
برای یک متغیر تصادفی x تابع دانسیته احتمالی تابع f(x) است که در رابطه روبرو صدق کند:

(تابع دانسیته احتمال) $P(x_1 < x < x_2) = \int f(x)dx$

الف) احتمال $P(x < x_1)$ $\quad P(x < x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx$

ب)مساحت زیر منحنی دانسیته احتمال روی کل دانسیته آن باید برابر 1 باشد

$$0 \le P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \le 1$$



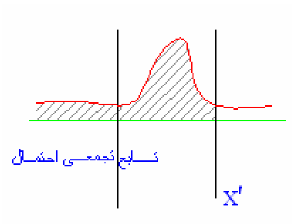
خواص تابع دانسیته:

1- مقدار آن به ازا جمیع مقادیر x باید نامنفی باشد.

تابع تجمعي احتمالي:

(x' = متغير)

$$F(x') = P(x < x') = \int_{-\infty}^{x'} f(x)dx$$

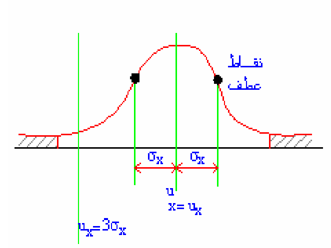


توزیع نرمال Normal Dismibulition

یک متغیر تصادفی دارای توزیع نرمال است اگر تابع چگالی احتمالی آن بصورت زیر باشد:

(e = عدد نپر)

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2-n\sigma_x}} e^{\frac{-(x-u_x)^2}{2\sigma^2{}_x}}$$



$\sigma_x, u_x =$ اعدادثابت

$u_x = u_{mean} =$ میانگین

$\sigma_x =$ انحراف استاندارد معیار پراکندگی

$$P(u_x - \sigma_x < x < u_x + \sigma_x) = 0.6827$$

$$P(u_x - 2\sigma_x < x < u_x + 2\sigma_x) = 0.9595$$

$$P(u_x - 3\sigma_x < x < u_x + 3\sigma_x) = 0.9973$$

اگر برای یک متغیر تصادفی داشته باشیم: $x_1, x_2, x_3, \ldots x_N$

1- معیارهای موقعیت

2- معیارهای توزیع

1- میانگین(Mean)

$$u_x = \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

2- میانه (Mediam)

اگر اعداد بدست آمده از کوچک به بزرگ مرتب شود:

اگر N زوج باشد $x_m = \dfrac{x\frac{N}{2} + x(\frac{N}{2}+1)}{2}$

اگر N فرد باشد $x_m = x(\dfrac{N+1}{2})$

3- **مود**: عددی است که بیشتر از همه تکرار شده باشد.اگر دو یا چند تا باشند همه آنها مود می باشند.

4- **وسط دامنه** (Midrange) : متوسط کوچکترین و بزرگترین عدد را گویند.

$$midrange = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$$

معیارهاي توزیع:

1- دامنه: تفاوت بزرگترین و کوچکترین عدد را گویند.

2- انحراف متوسط (mean deviation)

$$m - P = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|x_i - x_L| \qquad (\quad x_L = \bar{x} = \text{میانگین} \quad)$$

معمولا به جای x_L مقدار میانگین یا $\bar{x}$ را به کار می برند

انحراف استاندارد متوسط $= \dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}|x_i - \bar{x}|$

واریانس:

انحراف استاندارد $= \sigma_x = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}{(N-1)}}$

واریانس $= \sigma_x^{\,2} = \dfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$

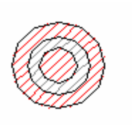
دقت= Precision

صحت= Aecuracy

هر قدر مقادیر اندازه گیری شده در تکرارهای مختلف به هم نزدیکتر باشند اندازه گیری دقیق تر می باشد.

هر چقدر میانگین مقدار اندازه گیری شده به مقدار واقعی نزدیکتر باشد اندازه گیری دقیق تر است.

واریانس-کواریانس-ماتریس کواریانس



$x = x_1 ,x_2 ,x_3,...x_N$

$y = y_1 ,y_2 ,y_3,...y_N$

واریانس : $\sigma_x{}^2 = \dfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 \quad \bar{x} =$ میانگین

واریانس : $\sigma_y{}^2 = \dfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 \quad \bar{y} =$ میانگین

x,y کواریانس : $\sigma_{xy} = \dfrac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sigma_{yx}$

ماتریس کواریانس : $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x{}^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y{}^2 \end{bmatrix}$

$x_1 : x_{11}, x_{12}, x_{13},..., x_{1N}$

$x_2 : x_{21}, x_{22}, x_{23},..., x_{2N}$

$x_i : x_{i1}, x_{i2}, x_{i3},..., x_{iN}$

.

.

.

$x_n : x_{n1}, x_{n2}, x_{n3},..., x_{nN}$

$\sigma_{xi} = \sigma_i \qquad \sigma_{ii} = \sigma_{xi}{}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{K=1}^{N}(x_{iK} - \bar{x}_i)^2$

$\sigma_{ii} = \sigma_{xi}{}^2 \qquad \sigma_{ij} = \sigma_{xixj}{}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{K=1}^{N}(x_{iK} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j)$

ماتریس کوواریانس : $\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \sigma_{x1} & \sigma_{x2} & \cdots & \sigma_{xn} \end{bmatrix}$

اگر $P_{ij}=0$ (ضریب همبستگی) باشد ماتریسهای x_i و x_j صد درصد ناهمبسته هستند.

$-1 \le P_{ij} \le 1$ (ضریب همبستگی) $P_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} = \frac{\sigma_{xixj}}{\sigma_{xi}\sigma_{xj}}$

ماتریس کوفاکتور:

$Q = \frac{1}{\sigma^2}\Sigma$ ($\Sigma \rightarrow$ ماترسی کوواریانس)

($\sigma^2 \rightarrow$ واریانس مرجع)

$q_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_o{}^2}$

$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1n} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2n} \\ q_{n1} & q_{n2} & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix}$

ماتریس وزن:

اگر دترمینال کوفاکتور مخالف صفر باشد معکوس انرا ماتریس وزن می نامیم.

$W = Q^{-1} = \sigma_o{}^2 \Sigma^{-1}$

ماتریس وزن : $W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1n} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2n} \\ W_{n1} & W_{n2} & \cdots & W_{nn} \end{bmatrix}$

واریانس متوسط (میانگین)

$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$ و $\sigma_{\bar{x}}{}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$ و $\bar{x} : x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$

$\sigma_{\bar{x}}^{2} = \frac{\sigma_x^{2}}{N}$ = واریانس متوسط $\qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$

معرفي خطاي متوسط هندسي:

مقدار انحراف استاندارد در اندازه گیری یک کمیت

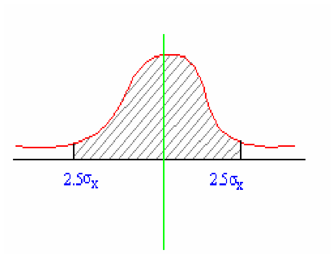
یک معیار جواب است برای مقدار واقعی $\bar{x} =$

به عنوان معیاری از خطای اندازه گیری بکار می روند. $\sigma_x =$

$x = \bar{x} \pm \sigma_x$

خطای متوسط هندسی x $\sigma_x =$

خطای ماکزیمم =2.56x $\sigma_x =$



$x = \bar{x} \pm \sigma_x$

احتمال آنکه در یک اندازه گیری خطای فاصله بیش از خطای

ماکزیمم باشد حدود 1٪ است.

ماتریس ژاکوبي: Jacaboin Matrix

$y_1 = f_1(x_1, x_2, ..., x_n)$

$y_2 = f_2(x_1, x_2, ..., x_n)$

.

.

.

$y_m = f_m(x_1, x_2, ..., x_n)$

$$J_{xy}=\begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_2}{\partial x_m} \\ . & . & . & . \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \frac{\partial y_m}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y_m}{\partial x_m} \end{bmatrix}$$

مثال :

$y_3 = x_1x_2 + \ln(x_1 + x_2)$ و $y_2 = 3x_1 + \sin x_2$ و $y_1 = x_1^2 + 2x_2^3$

ماتریس ژاکوبی برای معادلات داده شده:

$$J_{yx}=\begin{bmatrix} 2x_1 & \sigma x_2^2 \\ 3 & \cos x_2 \\ x_2+\frac{1}{x_1} & x_1+\frac{1}{x_2} \end{bmatrix}$$

مثال:

$y_1 = x_1 + 2x_3 + 4x_1^2x_3^3$ و $y_2 = \sin(x_1 + x_2) + \ln x_3$

$$J=\begin{bmatrix} 1+8x_1x_3^3 & 0 & 2+12x_1^2x_3^2 \\ \cos(x_1+x_2) & \cos(x_1+x_2) & \frac{1}{x^3} \end{bmatrix}$$

پخش خطاها: Error Propagtion

در اندازه گیری یک کمیت نکات زیر وجود دارد:

1- مقدار بدست امده برای یک کمیت یک متغیر تصادفی است.

2- معمولا برای بدست آوردن اندازه دقیق تر با کنترل اندازه گیری تکرار می شود.

3- مقدار میانگین تخمین خوبی از مقدار واقعی کمیت است.

4- مقدار انحراف استاندارد تخمین خوبی از خطاهای اندازه گیری است.

پخش خطا: Error Propagtion

اثری است که خطاهای موجود در کمیتهای اندازه گیری شده روی مقادیر توابع آن متغیرهای تصادفی می گذارد.

ماتریس کواریانس متغیرهای تصادفی: $\rightarrow \Sigma xx$

$x_1 : x_{11}, x_{12}, x_{13}, \ldots, x_{1N}$

$x_2 : x_{21}, x_{22}, x_{23}, \ldots, x_{2N}$

.

.

$x_n : x_{n1}, x_{n2}, x_{n3}, \ldots, x_{nN}$

ماتریس کواریانس متغیرهای تصادفی: $\rightarrow \Sigma yy$

$y_1 = f_1(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$

$y_2 = f_2(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$

.

.

.

$y_m = f_m(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$

$$\Sigma xx = \begin{bmatrix} \sigma x_1 x_1 & \sigma x_1 x_2 & \ldots & \sigma x_1 x_n \\ \sigma x_2 x_1 & \sigma x_2 x_2 & \ldots & \sigma x_2 x_n \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ \sigma x_n x_1 & \sigma x_n x_2 & \ldots & \sigma x_n x_n \end{bmatrix}_{n*n}$$

ماتریس کواریانس مربوط به توابع yها

$$\sum yy = \begin{bmatrix} \sigma y_1 y_1 & \sigma y_1 y_2 & \dots & \sigma y_1 y_m \\ \sigma y_2 y_1 & \sigma y_2 y_2 & \dots & \sigma y_2 y_m \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ \sigma y_m y_1 & \sigma y_m y_2 & \dots & \sigma x_m x_m \end{bmatrix}_{m*m}$$

$$\sum yy = J_{yx} \sum xx J_{yx}{}^T$$

ماتریس کوفاکتور $\rightarrow Q_{yy} = J_{yx} Q_{xx} J_{yx}{}^T$

1- مقادیر x_i ها و $\sum xx$(ماتریس کواریانس) مشخص است.

اطلاعات: $\leftarrow$ هدف بدست آوردن y_i ها و $\sum yy$

3- توابع f_i و ...وf_m مشخص است.

حالت خاص 1):

اگر متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند:

اگر اندازه گیری متغیرهای $x_1, x_2, ..., x_n$ بصورت $\sigma_{ij} \rightarrow (i+j)=0$ کاملا مستقل انجام شود در این حالت

یک ماتریس قطری داریم:

$$P_{ij} = 0 \rightarrow \frac{\sigma_{x_i y_i}}{\sigma_{x_i}\sigma_{y_i}} = 0$$

بعبارت دیگر در این حالت ماتریس $\sum xx$(یا Qxx)یک ماتریس قطری است:

$$\sum xx = \begin{bmatrix} \sigma x_1{}^2 & \sigma x_1 x_2 & \dots & \sigma x_1 x_n \\ . & \sigma x_2{}^2 & \dots & \sigma x_2 x_n \\ . & . & . & . \\ \sigma x_n x_1 & \sigma x_n x_2 & . & \sigma x_n{}^2 \end{bmatrix}$$

$$x_1 x_2 - \sigma_{x_1}, _{x_2} = 0$$

$$P_{x_1,x_2}=\frac{\sigma_{x_1x_2}}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_2}}$$

$$\sum xx=\begin{bmatrix}\sigma x_1^{\ 2} & & \\ & \sigma x_2^{\ 2} & \\ & & \sigma x_n^{\ 2}\end{bmatrix}$$

حالت خاص2):

اگر فقط یک تابع داشته باشیم و متغیرهای تصادفی مستقل باشند و یا اندازه گیری متغیرهای

$x_1,x_2,...,x_n$ مستقل از هم است به عبارت دیگر فقط یک تابع y داریم:

$$y=f(x_1,x_2,...,x_n)$$

$$\sum yy=\sigma^2{}_y=\begin{bmatrix}\frac{\partial y}{\partial x_1} & \frac{\partial y}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y}{\partial x_n}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_{x_1}^{\ 2} & \\ & \sigma_{x_n}^{\ 2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{\partial y}{\partial x_1}\\ \frac{\partial y}{\partial x_2}\\ \frac{\partial y}{\partial x_n}\end{bmatrix}$$

$$J=\begin{bmatrix}\frac{\partial y}{\partial x_1} & \frac{\partial y}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial y}{\partial x_n}\end{bmatrix}$$

$$\partial y_1^{\ 2}=(\frac{\partial y}{\partial x_1})^2\sigma_{x_1}^{\ 2}+(\frac{\partial y}{\partial x_2})^2\sigma_{x_2}^{\ 2}+...+(\frac{\partial y}{\partial x_n})^2\sigma_{x_n}^{\ 2}$$

$$J^T=\begin{bmatrix}\frac{\partial y}{\partial x_1}\\ \frac{\partial y}{\partial x_2}\\ \cdot\\ \cdot\\ \frac{\partial y}{\partial x_N}\end{bmatrix}\rightarrow$$ (در نهایت پس از ساده کردن داریم) $$\rightarrow\sigma_y^{\ 2}=\sum_{i=1}^{n}(\frac{\partial y}{\partial x_i})^2\sigma_{x_1}^{\ 2}$$

$$\sum yy=J_{yx}\sum xxJ_{yx}^{\ T}$$

حالت خاص 3):

در یک تابع متغیرها مستقل باشند و تابع خطی باشد:

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_1} = an$$

$$\sigma_y{}^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i{}^2 \sigma_i{}^2$$

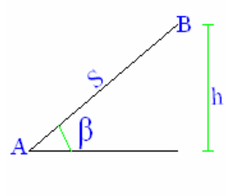
مثال-به منظور اندازه گیری اختلاف ارتفاع در نقطه A و B طول AB و دو زاویه آن با خط افق اندازه گیری شده است.فرض این است که مقادیر مستقل اندازه گیری شده باشد(متغیرهای B,S)

$$S=AB=50m \quad ,\sigma_S = 0-5m \ , \ \beta = 30° \ , \ \sigma_B = 30'$$

فرض این است که مقادیر مستقل اندازه گیری شده باشد(متغیرهای S,B)

$$\frac{\partial h}{\partial S} = \sin\beta$$

$$\frac{\partial h}{\partial B} = S\cos\beta$$



$$h = S\sin\beta \Rightarrow h = 50\sin 30° = 25m$$

$$\sigma_h{}^2 = (\frac{\partial h}{\partial S})^2(\sigma_S{}^2) + (\frac{\partial h}{\partial B})^2(\sigma_B{}^2) \Rightarrow \sigma_h{}^2 = (\sin 30°)(0.5^2) + (50\cos 30°)^2(\frac{30}{60} * \frac{\pi}{180})^2$$

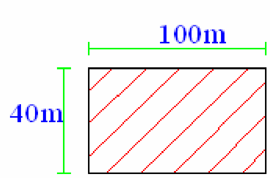
$$\sigma_h{}^2 = 0.2053m^3 \Rightarrow \sigma_h = 0.45m$$

(هرگاه در این روابط β آمد باید زاویه ها را به رادیان تبدیل کنیم یعنی بر حسب درجه و دقیقه نباید بکار ببریم)

$$\sigma_h{}^2 = (\frac{\partial h}{\partial S})^2(\sigma_S{}^2) + (\frac{\partial h}{\partial B})^2(\sigma_B{}^2) \Rightarrow \sigma_h{}^2 = (\sin\beta)(\sigma_S) + (S\cos\beta)^2(\sigma_B)^2$$

$$\Rightarrow \sigma_h{}^2 = (0.5)^2(0.5)^2 + (\frac{50\sqrt{3}}{2})^2(0.0087)^2 \Rightarrow \sigma_h{}^2 = 0.2053m^2 \Rightarrow \sigma_h = 0.45m$$

مثال-



$$\sigma_{ax}=0.5m, a=40, b=100, A=?$$
$$\sigma_{bx}=0.3m, \sigma_A=?, A=ab$$

اگر a و b مستقل از هم نبودند نمی توانستیم از حالت خاص 2 استفاده کنیم

A=ab

$$\sigma_A^{\;2}=(\frac{\partial A}{\partial a})^2(\sigma_a^{\;2})+(\frac{\partial A}{\partial b})^2(\sigma_b^{\;2})\Rightarrow \sigma_A^{\;2}=b^2\sigma_a^{\;2}+a^2\sigma_b^{\;2}$$

A=100*40=4000 m^2

$$\sigma_A^{\;2}=(40)^2(0.5)^2+(100)^2(0.3)^2=1300m^4\Rightarrow \sigma_A=36.06m^2$$

مثال-

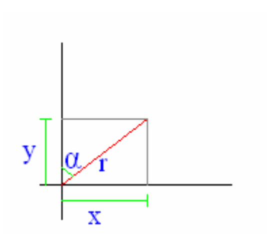
به منظور تعیین مختصات نقطه A زاویه α و شعاع r بصورت مستقل اندازه گیری شده است اولا

مختصات نقاط x و y را حساب کنید.

دوما ماتریس کواریانس x و y را بدست آورید.

ثالثا ضریب همبستگی x و y و f(x,y) را بدست آورید.

$$r=100m, \sigma_r=0.5m, \alpha=60°, \sigma_\alpha=30'$$
$$x, y, \sigma_x, \sigma_y=?$$



$$\sigma_\alpha=30'\Rightarrow \sigma_\alpha=\frac{30}{60}*\frac{\pi}{180}=0.00872$$

$$x=r\sin\alpha, y=r\cos\alpha$$

-متغیرها مستقل از هم هستند:

$$\sum r\alpha=\begin{bmatrix}\sigma_\alpha^{\;2} & \sigma_{\alpha r}(=0)\\ \sigma_{r\alpha}(=0) & \sigma_r^{\;2}\end{bmatrix}$$ و $$\sum xy=\begin{bmatrix}\sigma_x^{\;2} & \sigma_{xy}\\ \sigma_{yx} & \sigma_y^{\;2}\end{bmatrix}$$

$\sum xy=J_{xy}\sum r\alpha J_{xy}^{\;T}$ (T=ترانسبارت)

$$J_{xy}=\begin{bmatrix}\frac{\partial x}{\partial \alpha} & \frac{\partial x}{\partial r}\\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} & \frac{\partial y}{\partial r}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} r\cos\alpha & \sin\alpha \\ -r\sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}100\cos 60^\circ & \sin 60^\circ\\ -100\sin 60^\circ & \cos 60^\circ\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}50 & 0.866\\ -8606 & 0.5\end{bmatrix}$$

$$x=100\sin 60^\circ=86.6m$$
$$y=100\cos 60^\circ=50m$$

$$\sum xy=J_{xy}\sum r\alpha J_{xy}{}^{T}=\begin{bmatrix}50 & 0.866\\ 86.6 & 0.5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(0.0087)^2 & 0\\ 0 & (0.5)^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}50 & -8606\\ 0.866 & 0.5\end{bmatrix}$$

(چون اعضا غیر قطبی صفر درآمده اند پس x و y مستقل از هم نیستند) $\sum xy=\begin{bmatrix}0.3767 & -0.2195\\ -0.2195 & 0.630\end{bmatrix}$

$$\sigma_x{}^2=0.3767$$
$$\sigma_y{}^2=0.63$$
$$\sigma_{xy}=-0.2195$$

واحدها همه m^2 می باشد $\quad P_{xy}=\dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}=-0.45$ ← ضریب همبستگی مربوط به x و y

تصحیح به روش کمترین مربعات:

بردار باقیمانده= $[V]=\begin{bmatrix}V_1\\V_2\\ .\\ .\\ V_n\end{bmatrix}$

تعداد اندازه گیریها=n و تعداد حداقل اندازه گیری مورد نیاز = n_o

اندازه گیریهای اضافی = $r = n-n_o$

هدف در تصحیح به روش کمترین مربعات آن است که تابع φ که به صورت زیر تعریف می شود حداقل شود.

$$\varphi=\{V\}^T W\{V\}$$

مقدار اندازه گیری شده = L_i

بردار مقادیر اندازه گیری شده= $[l]=\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ . \\ . \\ l_n \end{bmatrix}$

ماتریس وزن= $W\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1n} \\ W_{21} & & & \\ . & & & \\ . & & & \end{bmatrix}$

بردار مقادیر تصحیح شده= $[\hat{l}_i]=\begin{bmatrix} \hat{l}_1 \\ \hat{l}_2 \\ . \\ . \\ \hat{l}_n \end{bmatrix}$ مقدار تصحیح شده = $\hat{l}_i$

باقیمانده= V $\hat{l}_i = l_i + V$

حالت خاص:

1- اگر L_iها مستقل از هم باشند در این حالت ماتریس وزن یک ماتریس قطری می شود.

$$\begin{bmatrix} W_1 & & \\ & W_2 & \\ & & W_n \end{bmatrix} = W$$

$$[W]=[Q]^{-1}=\sigma_O{}^2\Sigma^{-1}$$

$$[W]=[I]=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\varphi=\{V_1 \quad V_2 \quad \dots \quad V_n\}*\begin{Bmatrix} W_1 & & \\ & . & \\ & & W_n \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ . \\ . \\ V_n \end{Bmatrix}$$

$$\varphi = \sum_{V=1}^{n} W_i V_i^2$$

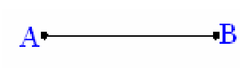
$$Q = W_1 V_1^2 + W_2 V_2^2 + \ldots + W_n V_2^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i V_i^2$$

$$Q = V_1^2 + V_2^2 + \ldots + V_n^2 = \sum_{i=1}^{n} V_i^2$$

2- اگر L_i ها مستقل از هم باشند وزن آنها یکسان است.

$$W_i = 1 \Rightarrow \varphi = \sum_{i=1}^{n} V_i^2$$

مثال- طول پاره خطی 5 بار اندازه گیری شده است.با روش کمترین مربعات مقدار تصحیح شده طول تابع را بدست آورید با فرض اینکه اندازه گیریها مستقل و با دقت مساوی انجام شده است.



$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$$
$$n = 5, n_o = 1, r = 4$$
$$\hat{x}_1 = x_1 + v_1, \hat{x}_2 = x_2 + v_2, \hat{x}_3 = x_3 + v_3, \hat{x}_4 = x_4 + v_4, \hat{x}_5 = x_5 + v_5$$

$$\hat{x}_1 = \hat{x}_2 \Rightarrow v_2 = x_1 - x_2 + v_1$$
$$\hat{x}_1 = \hat{x}_3 \Rightarrow v_3 = x_1 - x_3 + v_1$$
$$\hat{x}_1 = \hat{x}_4 \Rightarrow v_4 = x_1 - x_4 + v_1$$
$$\hat{x}_1 = \hat{x}_5 \Rightarrow v_5 = x_1 - x_5 + v_1$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^{5} v_i^2 = v_i^2 = v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_5^2 = v_1^2 + (x_1 - x_2 + v_1)^2 + (x_1 - x_3 + v_1)^2$$
$$+ (x_1 - x_4 + v_1)^2 + (x_1 - x_5 + v_1)^2$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial v_1} = 0 \Rightarrow 2v_1 + 2(x_1 - x_2 + v_1) + 2(x_1 - x_3 + v_1) + 2(x_1 - x_4 + v_1) + 2(x_1 - x_5 + v_1)$$

$\Rightarrow$ پس از ساده کردن $\Rightarrow \quad v_1 = \dfrac{1}{5} \sum^{5} (x_i - x_1)$

$$\hat{x} = \hat{x}_1 = x_1 + v_1 = x_1 + \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i - x_1) = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_1 + \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}(x_i - x_1) = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} x_i = \hat{x}$$

حل H.W. نقشه برداري

جواب 1)

$$x_1,\sigma_{x_1}=2 \quad \text{و} \quad x_2,\sigma_{x_2}=4 \quad \text{و} \quad x_3,\sigma_{x_3}=6$$

چون کمیتها بطور مستقل اندازه گیری شده اند بغیر از قطرها بقیه عضوها صفرند.

$$\Sigma=\begin{bmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & 16 & 0\\ 0 & 0 & 36\end{bmatrix}cm^2=\begin{bmatrix}\sigma_{x_1}{}^2 & \sigma_{x_1x_2} & \sigma_{x_1x_3}\\ \sigma_{x_2x_1} & \sigma_{x_2}{}^2 & \sigma_{x_2x_3}\\ \sigma_{x_3x_1} & \sigma_{x_2x_3} & \sigma_{x_3}{}^2\end{bmatrix}$$

$$P_{13}=\frac{\sigma_{x_1x_3}}{\sigma_{x_1}\sigma_{x_3}}=0$$

با توجه به آنکه اندازه گیریها مستقل هستند پس ماتریس کواریانس قطری است.

جواب 2)

$$W=Q^{-1} \quad \text{و} \quad Q=\frac{1}{\sigma_O{}^2}\Sigma\Rightarrow W=\sigma_O{}^2\Sigma^{-1}$$

الف)

$$\sigma_O{}^2=8\Rightarrow W=8\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{16} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{36}\end{bmatrix}\Rightarrow W=\begin{bmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{8}{36}\end{bmatrix}$$

ب)

$$\sigma_o^{\,2}=16\Rightarrow W=16\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{16} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{36}\end{bmatrix}\Rightarrow W=\begin{bmatrix}\frac{16}{4} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & \frac{16}{36}\end{bmatrix}$$

جواب 3)

$$W_{11}=\frac{16}{4}=4, W_{22}=1, W_{33}=\frac{4}{9}$$
$$a_1=\frac{1}{4}, a_2=\frac{1}{16}, a_3=\frac{1}{36}$$
$$\frac{W_{11}}{a_1}=\frac{W_{22}}{a_2}=\frac{W_{33}}{a_3}=\frac{1}{36}=\frac{1}{16}=\frac{1}{A}$$

نتیجه حاصل آن است که اگر اندازه گیریها مستقل از هم باشند وزن اندازه گیری متناسب با عکس واریانس آن خواهد بود.

جواب4)

چون ضریب همبستگی داریم از هم مستقل نیستند.

$$\sigma_1=1'=2.90888*10^{-4}\,rad\rightarrow\sigma_1^{\,2}=8.46158*10^{-8}$$
$$\sigma_2=1.5'=4.36332*10^{-4}\,rad\rightarrow\sigma_2^{\,2}=1.90386*10^{-7}$$
$$P_{12}=\frac{\sigma_{12}}{\sigma_1\sigma_2}\Rightarrow\sigma_{12}=\sigma_1\sigma_2P_{12}=0.5*2.9088*10^{-4}*4.36332*10^{-4}=6.34619*10^{-8}$$

$$\Sigma=\begin{bmatrix}8.46158*10^{-8} & 6.34619*10^{-8}\\ 6.3919*10^{-8} & 1.9038*10^{-7}\end{bmatrix}$$

واریانس مرجع $\sigma_o^{\,2}=10^{-8}$

$$Q=\frac{1}{\sigma_o^{\,2}}\Sigma=\begin{bmatrix}8.46 & 6.34\\ 6.34 & 1.9\end{bmatrix}$$

$$if:\sigma_o{}^2=8.46*10^{-8}\Rightarrow Q=\begin{bmatrix}1 & 0.75\\ 0.75 & 2.25\end{bmatrix}\Rightarrow W=Q^{-1}$$

$$if:\sigma_o{}^2=8.46158*10^{-8}\Rightarrow Q=\frac{1}{\sigma_O{}^2}\Sigma\Rightarrow Q=\begin{bmatrix}1 & 0.75\\ 0.75 & 2.25\end{bmatrix}\Rightarrow$$

$$W=Q^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{4}{3} & \frac{-4}{9}\\ \frac{-4}{9} & \frac{16}{27}\end{bmatrix}$$

جواب5)

ابتدا اندازه های داده شده را بترتیب صعودی مرتب می کنیم(از کوچک به بزرگ):

731.58   771.56   731.55

میانگین $\bar{x}=\frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}x_i=731.6176=\frac{(sumofNO.)}{25}$

میانه $m=x(\frac{25+1}{2})=x_{13}=731061m$

$\mathrm{mod}=731.60m,731061m$

$midrange=\frac{1}{2}(731.55+731.69)=731.62m$

واریانس $\sigma^2=\frac{1}{25-1}\sum_{i=1}^{25}(x_i-\bar{x})^2=0.001m^2$

انحراف استاندارد $\sigma=0.03162m$

انحراف استاندارد متوسط $\mathrm{mod}=\frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25}\left|x_i-\bar{x}\right|=0.02504$

جواب 6)

$$\sum B=\sigma_B{}^2=J\sum\alpha J^T$$

$$\sum\alpha=\begin{bmatrix}\sigma_{\alpha_1}{}^2 & \sigma_{\alpha_1 x_2} & \sigma_{\alpha_1\alpha_3}\\ \sigma_{\alpha_2\alpha_1} & \sigma_{\alpha_2}{}^2 & \sigma_{\alpha_2\alpha_3}\\ \sigma_{\alpha_3\alpha_1} & \sigma_{\alpha_2\alpha_3} & \sigma_{\alpha_3}{}^2\end{bmatrix}$$

مجموع سه زاویه= $\beta=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=(20°,7',30'')+(15°,43',0'')+(19°,0',45'')\Rightarrow$

$\Rightarrow \beta = 45°,51',15'')$

(ضریب همبستگی)$\leftarrow P_{12} = 0.5 \Rightarrow \sigma_{12} = P_{12}\sigma_1\sigma_2 = 0.5(\frac{20}{3600} * \frac{\pi}{180})(\frac{15}{3600} * \frac{\pi}{180})$

$\Rightarrow \sigma_{12} = 7.0513 * 10^{-9}$

$S_{13} = 0 \Rightarrow \sigma_{13} = S_{13}\sigma_1\sigma_3 = 0$

(ضریب همبستگی)$\leftarrow P_{23} = 0.5 \Rightarrow \sigma_{23} = P_{23}\sigma_2\sigma_3 = 0.5(\frac{15}{3600} * \frac{\pi}{180})$

$\sigma_{\alpha_3}{}^2 = (\frac{10}{3600} * \frac{\pi}{180}) = 2.3504 * 10^{-9}$

$\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$

$J_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\beta}{\partial\alpha_1} & \frac{\partial\beta}{\partial\alpha_2} & \frac{\partial\beta}{\partial\alpha_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\sum\beta = J_{\alpha\beta} \sum\alpha J_{\alpha\beta}{}^T$

$\begin{bmatrix} \sigma_\beta{}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} 10^{-9} \begin{bmatrix} 9.4018 & 7.0513 & 0 \\ 7.0513 & 5.2825 & 3.5257 \\ 0 & 3.5257 & 3.3504 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\sigma_\beta{}^2 = 3.81997 * 10^{-8} \Rightarrow \sigma_\beta = 1.9543 * 10^{-4}\, rad \Rightarrow \sigma_\beta = 40.311''$

$\sigma_{\alpha_1}{}^2 = (\frac{20}{3600} * \frac{\pi}{180})^2 = 9.4018 * 10^{-9}$

$\sigma_{\alpha_2}{}^2 = (\frac{15}{3600} * \frac{\pi}{180})^2 = 5.2885 * 10^{-9}$

$\sigma_{\alpha_3}{}^2 = (\frac{10}{3600} * \frac{\pi}{180})^2 = 2.3504 * 10^{-3}$

$P_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i\sigma_j} \Rightarrow \sigma_{ij} = \sigma_i\sigma_j P_{ij}$

$\sigma_{\alpha_1\alpha_2} = P_{12}\sigma_{\alpha_1}\sigma_{\alpha_2} = 0.5(\frac{30}{3600} * \frac{\pi}{180})(\frac{15}{3600} * \frac{\pi}{180}) = 7.0513 * 10^{-9}$

$\sigma_{\alpha_1\alpha_3} = 0 \Rightarrow P_{13} = 0$

$$\sigma_{\alpha_2\alpha_3} = 0.5(\frac{10}{3600} * \frac{\pi}{180})(\frac{15}{3600} * \frac{\pi}{180}) = 3.5257 * 10^{-9}$$

$$\sum\alpha = \begin{bmatrix} 9.4 & 7.05 & 0 \\ 7.15 & 5.29 & 3.53 \\ 0 & 3.53 & 2.35 \end{bmatrix} * 10^{-9}$$

جواب 7)

(مساحت ذوزنقه) $A = \frac{1}{2}(a+b)h \rightarrow A = \frac{1}{2}(125.12 + 150.02) * 20 \rightarrow A = 2752m^2$

$$\sigma_A{}^2 = (\frac{\partial A}{\partial a})^2 \sigma_a{}^2 + (\frac{\partial A}{\partial b})^2 \sigma_b{}^2 + (\frac{\partial a}{\partial h})^2 \sigma_h{}^2 \Rightarrow$$

$$\sigma_A{}^2 = (\frac{1}{2}h)^2 \sigma_a{}^2 + (\frac{1}{2}h)^2 \sigma_b{}^2 + (\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b)^2 \sigma_h{}^2 \Rightarrow$$

$$\sigma_A{}^2 = \frac{h^2}{4} \sigma_a{}^2 + \frac{\sigma^2}{4} \sigma_b{}^2 + \frac{1}{4}(a+b)^2 \sigma_h{}^2 \Rightarrow$$

$$\sigma_A{}^2 = \frac{20^2}{4}(0.01)^2 + \frac{20^2}{4}(0.0012)^2 + \frac{1}{4}(125.12 + 150.08)^2 (0.008)^2 \Rightarrow$$

$$\sigma_A{}^2 = 123.6161m^4 \Rightarrow \sigma_A = 11.118m^2$$

جواب 8)

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow b = a\frac{\sin B}{ainA} \Rightarrow b = \frac{a \sin B}{\sin(B+C)} \Rightarrow$$

$$b = 84.22 \frac{\sin 90°}{\sin(90° + 32°17')} \Rightarrow b = 99.619m$$

$$\frac{C}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow C = a\frac{\sin C}{ainA} \Rightarrow b = \frac{a \sin B}{\sin(B+C)} \Rightarrow$$

$$b = 84.22 \frac{\sin 90°}{\sin(90° + 32°17')} \Rightarrow b = 53.207m$$

ماتریس کوواریانس برای اعضا

$$\sum aBC = \begin{bmatrix} (0.03)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (\frac{1}{60}\frac{\pi}{180})^2 & 0 \\ 0 & 0 & (\frac{1}{60}\frac{\pi}{180})^2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 9*10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 8.4616*10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 8.4616*10^{-8} \end{bmatrix}$$

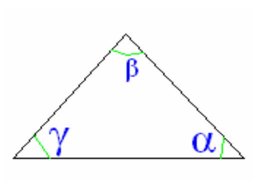
$$\frac{\partial b}{\partial a} = \frac{\sin B}{\sin(B+C)} = \frac{\sin 90°}{\sin(90° + 32°17')} = 1.18137$$

$$\frac{\partial b}{\partial B} = \frac{a\cos B \sin(B+C) - \cos(B+C)\sin B}{\sin^2(B+C)}$$

$$\frac{a\sin C}{\sin^2(B+C)} = \frac{84.22\sin(32°17')}{\sin^2(90° + 32°17')} = 62.93625$$

$$\frac{\partial b}{\partial C} = \frac{a - \sin B\cos(B+C)}{\sin^2(B+C)} = \frac{-84.22\sin 90°\cos(90° + 32°17')}{\sin^2(90° + 32°17')} = 62.93625$$

زاویه α, β, γ بصورت مستقل و با دقت مساوی اندازه گیری شده است با استفاده از روش کمترین مربعات مقادیر تصحیح شده زاویه ها را بدست آورید.



$$n_o = 2$$
$$n = 3, r = n - n_o = 1$$

$$\{L\} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} \quad و \quad \{V\} = \begin{Bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_\gamma \end{Bmatrix}$$

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = 180$$

$$\hat{\alpha} = \alpha + V_\alpha$$
$$\hat{\beta} = \beta + V_\beta \Rightarrow \alpha + V_\alpha + \beta + V_\beta + \gamma + V_\gamma = 180 \Rightarrow$$
$$\hat{\gamma} = \gamma + V_\gamma$$

$$V_\gamma = 180 - \alpha - \beta - \gamma - V_\alpha - V_\beta$$

از فرمول حالت خاص $\varphi = V_\alpha{}^2 + V_\beta{}^2 + V_\gamma{}^2 = V_\alpha{}^2 + V_\beta{}^2 + [180 - \alpha - \beta - \gamma - V_\alpha - V_\beta]^2$

$$(1)\frac{\partial \varphi}{\partial V_\alpha} = 0 \rightarrow 2V_\alpha - 2[180 - \alpha - \beta - \gamma - V_\alpha - V_\beta] = 0$$

$$(2)\frac{\partial\varphi}{\partial V_\beta}=0\rightarrow 2V_\beta-2[180-\alpha-\beta-\gamma-V_\alpha-V_\beta]=0$$

$$(1)\rightarrow 2V_\alpha+V_\beta=180-(\alpha+\beta+\gamma)$$
$$(2)\rightarrow V_\alpha+2V_\beta=180-(\alpha+\beta+\gamma)$$

$$V_\alpha=V_\beta=\frac{1}{3}[180-(\alpha+\beta+\gamma)]$$

$$V_\gamma=\frac{1}{3}[180-(\alpha+\beta+\gamma)]$$

$$\hat{\alpha}=\alpha+\frac{1}{3}[180-(\alpha+\beta+\gamma)]$$

فاصله يابي Distance Measurment

روشهاي اندازه گيري فاصله:

1- روشهای مستقیم(فاصله مستقیما با واحد طول مقایسه می شود)

2- روشهای غیر مستقیم(در این روشها اندازه گیری فاصله به کمک اندازه گیری کمیتهای دیگر انجام می شود)

تعدادي از روشهاي مختلف اندازه گيري فاصله:

1- تخمین زدن Estimation

2- استخراج از نقشه

3- قدم زدن(شمارش قدمها) Pacing

4- زنجیر کشی(استفاده از زنجیر مساوی)

5- استفاده از فاصله سنج Odometer

6- تاکئومتری Thacheometery(استفاده از دوربین)

7-متر کشی(Taping)

8- عکسبرداری هوائی

9- استفاده از وسائل الکترونیکی(Electric Distance Measarement (EDM

دقت اندازه گيري طول:

منظور از دقت اندازه گیری طول همان خطای نسبی در اندازه گیری است.

$\frac{CL}{L}$=(مقدار اندازه گیری شده/خطای مطلق)=دقت اندازه گیری

| مقدار اندازه گیری شده- مقدار واقعی |=خطای مطلق = CL

مقدار اندازه گیری شده=L

قدم زدن Pacing

-فاصله دو قدم متوالی Stride: 1.5m

- برای شمارش قدمها از دستگاه قدم شمار Podometter استفاده می شود.

- دقت اندازه گیری

1- بستگی به تجربه شخص دارد.

- دقت روش برای افراد عادی کم تجربه $\frac{1}{50}$ و افراد با تجربه $\frac{1}{100}$

2- بستگی به شرایط محیطی دارد.

- برای زمین ناهموار $\frac{1}{100}$ وبرای زمین هموار $\frac{1}{200}$

روش:

1-بایستی طول قدم مشخص شود برای اینکار باید یک فاصله مشخص توسط فرد طی شودو تعداد قدمها شمارش می گردد و از روی ان طول قدم شخص پیدا می شود و برای دقت بیشتر بایستی این کار چندین بار تکرار گردد.

2- فاصله مورد نظر توسط شخص طی شده و تعداد قدمها شمارش می گردد و از ضرب تعداد قدمها در طول یک قدم فاصله محاسبه می شود.

متر كشي Taping

انواع مترهای نواری:

1- فلزی 2- پارچه ای 3- فایبر گلاس 4- آلیاژ انوار

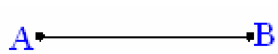
آلیاژ انوار آلیاژی است از نیکل و فولاد که ضریب انبساط این متر کمتر از مترهای دیگر است و دقت برای متر کشی بین $\frac{1}{3000}$ تا $\frac{1}{5000}$ است.

تجهيزات يك اكيپ متركشي

1- متر نواری Tape
2- مقداری ژالن Range Pole
3- شاقول
4- شمشه و تراز و یا شیلنگ تراز
5- پین های مترکشی Taping Pin
6- قلاب مخصوص گرفتن متر
7- نیرو سنج
8- دماسنج
9- تعدادی میخ چوبی

متركشي روي سطوح هموار افقي:

1- مسیر مترکشی مشخص شود یعنی طول AB را به قطعاتی



کوچکتر از حداکثر طول متر تقسیم می کنیم فاصله نقاط میانی باید طوری مشخص شود که همگی روی امتداد AB قرار داشته باشد.

2- طول هر قطعه اندازه گیری و یادداشت می شود.

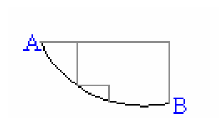
3- طول قطعات با هم جمع می شود تا طول AB بدست اید.

مترکشي در زمينهاي شيبدار:

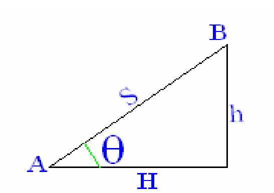
1-مترکشی افقی در زمینهای شیبدار

2- متر کشی افقی در امتداد شیب

متر کشی افقی



روش متر شکسته: Broken Tape



$$H = S\cos\theta \quad \text{و} \quad H = (S^2 - h^2)^{\frac{1}{2}}$$

H= فاصله افقی　　θ= زاویه شیب

h= اختلاف ارتفاع　　S= طول در امتداد شیب

$$H = S - \frac{1}{S}\frac{h^2}{2!} - \frac{3}{S^3}\frac{h^4}{4!} - \dots$$

تصحیح مربوط به شیب $C_S = S - H = \frac{1}{S}\frac{h^2}{2!} + \frac{3}{S^3}\frac{h^4}{4!} + \dots$

$$C_S = \frac{h^2}{2S}$$
$$H = S - C_S$$

فاصله ای در امتداد شیب S=30m

h	1.5m	3	6	0	2	18
$\frac{3}{S^3}\frac{h^4}{4!}$	0.00002	0.004	0.006	0.03	0.096	0.5

خطای ناشی از حذف شدن این ترم $\frac{3}{S^3}\frac{h^4}{4!}$ را می خواهیم بدست اوریم

مترکشي در امتداد شیب:

دقت لازم برای اندازه گیریهای h و θ

$$H = S\cos\theta$$

$$\Rightarrow S = \frac{H}{\cos\theta} \Rightarrow S^2 = \frac{H^2}{\cos^2\theta} \Rightarrow \frac{1}{S^2} = \frac{\cos^2\theta}{H^2}$$

$$H = \sqrt{S^2 - h^2}$$

$$\sigma_H{}^2 = (\frac{\partial H}{\partial S})^2 \sigma_S{}^2 + (\frac{\partial H}{\partial \theta})^2 \sigma_\theta{}^2 \Rightarrow \sigma_H{}^2 = \cos^2\theta\sigma_S{}^2 + S^2\sin^2\theta\sigma_\theta{}^2$$

$$(\frac{\sigma_H}{H})^2 = \frac{\cos^2\theta}{H^2}\sigma_S{}^2 + \frac{S^2\sin^2\theta}{H^2}\sigma_\theta{}^2 \Rightarrow$$
$$(\frac{\sigma_H}{H})^2 \Rightarrow \frac{1}{S^2}\sigma_S{}^2 + \tan^2\theta\sigma_\theta{}^2 \Rightarrow$$
$$(\frac{\sigma_H}{H})^2 = (\frac{\sigma_H}{H})^2 S + (\frac{\sigma_H}{H})^2 \theta$$

مثال:

فاصله روی شیب 29.945m و زاویه شیب 4°30' اندازه گیری شده است:

1- فاصله افقی را بدست آورید.

2- دقت در اندازه گیریها چقدر باشد تا سهم خطای ناشی از زاویه کمتر از 0.005m شود

$$H = S\cos\theta = 29.995\cos 4°30' = 29.852m$$

$$(\frac{\sigma_H}{H})\theta = \tan\theta(\sigma_\theta) \Rightarrow \sigma_\theta = \frac{(\frac{\sigma_H}{H})\theta}{\tan\theta}$$

$$(\sigma_H)\theta = 0.005m, H = 29.862m$$

$$(\frac{\sigma_H}{H})\theta = \frac{0.005}{29.862} \Rightarrow \sigma_\theta = \frac{\frac{0.005}{29.862}}{\tan(4°30')} = 0.00213rad \Rightarrow$$

$$\sigma_\theta = 7'19.34''$$

خطاهاي سيستماتيک در متركشي:

1- استاندارد نبودن طول متر

2- افقی نبودن متر در مترکشی افقی

3- تغییرات درجه حرارت

4- تغییرات نیروی کششی متر

5- افت یا خیز متر

6- انحراف در راستای مترکشی

7- مستقیم نبودن متر

1- استاندارد نبودن متر:

تصحیح= C_d

طول اندازه گیری شده= S_P

طول واقعی فاصله اندازه گیری شده= S_t

طول حقیقی متر= L_t

طول اسمی متر = L_n

تصحیح مربوط به استاندارد نبودن طول متر: $C_d = S_n \frac{L_t - L_n}{L_n}$

$S_t = S_n + C_d$

2- تغييرات درجه حرارت دماي محيط T

درجه حرارت استاندارد= T_O ضریب انبساط طول= α

طول اندازه گیری شده= L تصحیح مربوط به دما= C_t

تصحیح مربوط به دما $C_t = \alpha L(T - T_O)$

طول تصحیح شده طول تصحیح شده $\hat{L} = L + C_t$

3- تغييرات نيروي كششي متر:

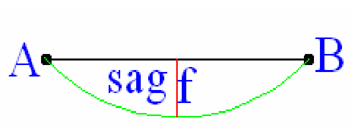
سطح مقطع متر = a کشش به هنگام متر کشی = P

کشش استاندارد = P_O ضریب الاستیسیته= $E = 2.1*10^6$

$$C_P = (P - P_O)\frac{L}{aE}$$

$$\hat{L} = L + C_P$$

5- افت یا خیز متر sag:



شکلی که متر تحت اثر وزن به خود می گیرد و یک منحنی زنجیری است برای خیزهائی کم می توان فرض کرد که منحنی تغییر شکل یک سهمی درجه 2 است.

وزن کلی متر = W وزن واحد طول = w طول قرائت شده = L نیروی کششی = P

خیز اسمی = f

$$f = \frac{wl^2}{8P} \qquad C_S = \frac{w^2L^3}{24P^2} = \frac{W^2L}{24P^2}$$

$$C_S = \frac{8f^2}{3L}$$

$$\hat{L} = L - C_S$$

کشش نرمال:

نیروئی است که اگر متر تحت آن کشیده شود مقادیر C_S و C_P با هم برابر می شوند:

تصحیح خیز= تصحیح نیروی کشی $\leftarrow$ $C_P = C_S$

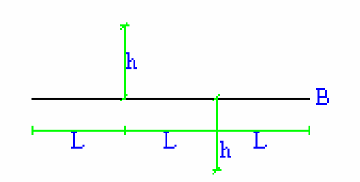
$$C_S = \frac{W^2 L}{24 P_n^2}$$

$$\Rightarrow P_n = \frac{0.204 W \sqrt{aE}}{\sqrt{P_n - p_o}}$$ نیروی کششی نرمال

$$C_P = \frac{(P_n - P_o)L}{aE}$$

- تصحیح ندارد.

6- انحراف در راستاي متر كشي:



منظور همان افقی نگرفتن متر در متر کشی است.

$C = \frac{h^2}{2L}$ و $\hat{L} = L - C$

7- مستقیم نبودن متر:

مثال-

طول اسمی یک متر نواری 30m و طول حقیقی آن 30.05m است وزن متر 0.55kg و سطح مقطع $0.026 m^2$ و ضریب الاستیسیته $2.1*10^6 \frac{kg}{cm^2}$ می باشد و درجه حرارت استاندارد $20^\circ C$ و نیروی کششی استاندارد 5kg است.الف)برای اندازه گیری یک طول 20 متری نیروی کششی نرمال را حساب کنید. ب)روی یک سطح شیبدار به شیب 5٪ فاصله ای را 89.5 متر اندازه گرفته اگر درجه حرارت محیط 30° و کشش وارد بر متر 5kg باشد فاصله افقی مورد نظر را حساب کنید.

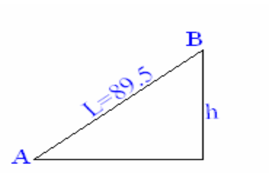
$a=0.026m^2$, $W=0.55kg$, $E=2.1*10^6 \frac{kg}{cm^2}$, $T_O= 20^\circ C$, $P_O=5kg$

30 0.5

20 $W = \frac{20}{30} * 0.55 = 0.367kg$

$$P_n = \frac{0.204W\sqrt{aE}}{\sqrt{P_n - p_o}} \Rightarrow P_n = \frac{15.329}{\sqrt{P_n - 5}} \Rightarrow P_n = 8.3613kg$$

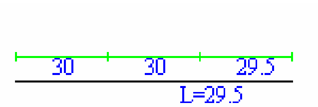
1- تصحیح شیب:



$$h = L\cos\theta \Rightarrow h = 0.05 * 89.5 = 4.475m$$

$$C_S = \frac{h^2}{2L} = \frac{(4.475)^2}{2*89.5} = 0.112m$$ علامت منفی

2- تصحیح مربوط به افت متر:



$$C_S = \frac{W^2L}{24P^2}$$

$$C_S = \frac{2*(0.55)^2*30}{24*5^2} + \frac{[0.55*\frac{29.5}{30}]^2*29.5}{24*5^2} \Rightarrow C_S = 0.045$$ با علامت منفی

3- تصحیح مربوط به دما:

$$C_t = \alpha L(T - T_O) = 0.0000116*89.5(30-20) = 0.0104m$$ با علامت منفی

4- تصحیح مربوط به استاندارد نبودن طول متر:

$$C_d = S_n \frac{L_t - L_n}{L_n} = 89.5 * \frac{30.005 - 30}{30} = 0.0149m$$ با علامت مثبت

5- خطا در اثر نیروي کششي:

$C_P = 0$ و $P = P_O$ و $\hat{L} = L + C$ و $C = \sum C$ یا $\hat{L} = L + C$

$$\sum C = 0 - 0.112 - 0.045 + 0.0104 + 0.0149 = -0.1317m$$
$$\hat{L} = 89.5 - 0.1317 = 89.3683m$$

اشتباهات در متر کشي:

1- اشتباه گرفتن نقاط انتهائی قطعه ها

2- اشتباه در خواندن یا نوشتن اندازه ها

3- اشتباه در شمارش تعداد دهانه های مترکشی

خطاهاي اتفاقي در متر كشي:

1- خطا در مشخص کردنپای شاقول (مقدار این خطا 15 تا 30 میلی متر می باشد)

2- خطای مربوط به مشخص کردن انتهای متر(این خطا حدود 3 میلی متر می باشد)

3- خطای مربوط به اندازه گیری نیروی کششی

4- خطا در اندازه گیری شیب یا اختلاف ارتفاع

5- خطا در استاندارد کردن متر

اندازه گيري طول توسط دستگاههاي الكترونيكي(EDM):

فاصله دو نقطه = D   طول موج رسانی = λ_1

تعداد طول موجهای کامل در فاصله رفت و برگشت = n

فاصله مربوط به کسر طول موج = d_1

$$2D = n\lambda_1 + d_1$$

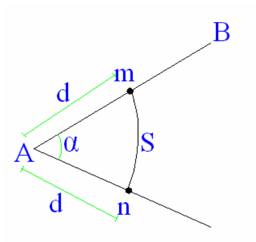
$$\Rightarrow n = \frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

$$2D = n\lambda_2 + d_2$$

$$D = \frac{1}{2}[\frac{d_2 - d_1}{\lambda_1 - \lambda_2}\lambda_1 + d_1]$$

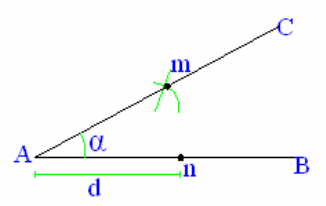
اندازه گيري يک زاويه به کمک متر:

روی امتدادهای AB و AC نقاط m وn را به فاصله d از A مشخص می کنیم.فاصله mn را اندازه گیری می کنیم و سپس زاویه α را از رابطه زیر بدست می آید.



$$\sin\frac{\alpha}{2}=\frac{\frac{S}{2}}{d}=\frac{S}{2d}\Rightarrow\alpha=2\sin^{-1}[\frac{S}{2d}]$$

روی AB نقطه n به فاصله d از A مشخص می شود پس از آن فاصله نقطه m از n را از رابطه زیر بدست می آوریم.

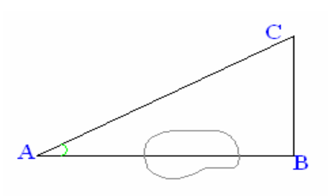


$$S=2d\sin\frac{\alpha}{2}$$

و نقطه ای که به فاصله d از A و S از n باشد را پیدا کرده و آنرا m می نامیم.

اندازه گیری فاصله در نقطه وقتی که حرکت روی مسیر مستقیم مقدور نباشد:

فاصله AC و دو زاویه را داریم پس فاصله AB معلوم خواهد شد.



گزارش عملیات:

عنوان – هدف – وسائل کار – شرح عملیات – ارائه اندازه گیریها – محاسبات نمونه – ذکر منابع خطا و تصحیح خطا – نتیجه گیری و بحث در ان

ترازيابي:

شامل کلیه عملیاتی است که برای بدست آوردن ارتفاع یا اختلاف ارتفاع نقاط انجام می شود.

وسائل مورد نیاز در ترازیابی:

1- ترازیاب(دوربین) 2- سه پایه 3- شاقول 4- میر 5- تراز میر 6- پاشنه ترازیاب

ترازیاب :

1- دوربین 2- طول تراز 3- تراز 4- میله تراز 5- سر ترازیاب 6- سه پایه 7- پیچهای ترازکننده

خطاي پاراكسي : عدم انطباق تصویر و تارهای رتیکول که ناشی از عدم انطباق عدسی های دستگاه است.

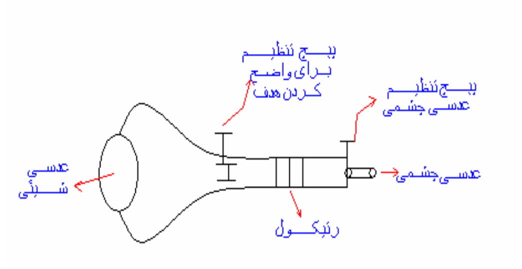
روش تراز کردن ترازياب:

1- سه پایه ترازیاب را بصورت تقریبی به حالت تراز در می آوریم.
2- با استفاده از تراز کروی و پیچهای تنظیم آن کار تنظیم را دقیقتر انجام می دهیم.
3- با استفاده از پیچهای تنظیم و تراز لوبیائی تنظیم دقیقتر انجام می شود.

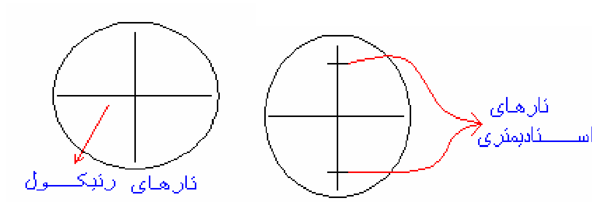
خطاي ديد : خطی است که مرکز دیدگانی مرکز عدسی شیئی را به مرکز صفحه رتیکول وصل می کند.

انواع ترازيابها:

1- اتصال دوربین به طوقه حالت یکپارچه دارد(بهم وصل است)
2- دوربین و طوقه با یک پیچ وضعیتشان فرق می کند.

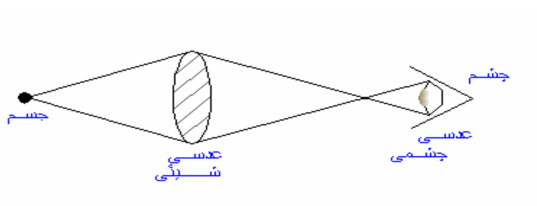


تلسکوپ(دوربین):



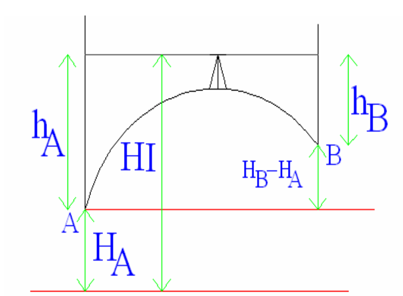
وقتی عدسی شیئی تنظیم شده باشد تصویر حقیقی جسم روی صفحه رتیکول تشکیل می شود.

وقتی عدسی چشمی تنظیم شده باشد تصویر تارهای رتیکول روی چشم تشکیل می شود.



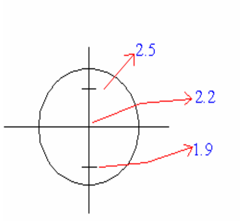
عدم انطباق تصویر جسم و تارهای رتیکول روی هم که ناشی از عدم تنظیم دوربین می باشد پارالکس (Parallex) نامیده می شود.

خط دید : خطی است که مرکز دیدگانی را به وسط رتیکول وصل می کند.



ارتفاع دستگاه $\rightarrow H_A + h_a = H_Z \leftarrow$ ارتفاع A

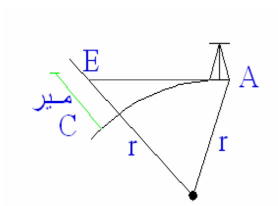
$$H_Z - h_B = h_b$$
$$H_B - H_A = H_Z - h_B - H_A = H_A + h_A - h_B - H_A \Rightarrow H_B - H_A = h_A - h_B$$



اختلاف بین دو تار استادیمتری*K = فاصله دوربین تا نقطه مورد نظر

* K معمولا 100 متر است.

اثر انحنا زمین:



چون دو نقطه A و D روی یک سطح تراز هستند پس اختلاف ارتفاع آنها صفر است ولی ترازیاب اختلاف ارتفاع را برابر C بدست می آورد.

$(r+c)^2 = r^2 + AE^2 \rightarrow$ (فاصله دو نقطه)

$$r^2 + c^2 + 2rc = r^2 + S^2 \Rightarrow c(c+2r) = S^2 \Rightarrow c = \frac{S^2}{c2r} \xrightarrow{c \le r} c = \frac{S^2}{2r}$$

در فرمول بالا به دلیل کوچک بودن c در مقابل r از آن صرفنظر می کنیم.

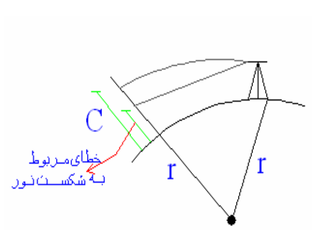
$$AE^2 = K \Rightarrow c = \frac{AE^2}{2r} = \frac{K}{2r} \Rightarrow c = 0.0785K^2$$

K فاصله دید برحسب Km و c بر حسب m و S بر حسب km بدست می آید.

محاسبه خطای انحنا زمین:

r=6370km c=0.78S^2

$$S = 1km \rightarrow c = 78Sm$$
$$S = 30m \rightarrow c = 0.07mm$$
$$K = 30 \rightarrow c = 7.065 * 10^{-5} m$$



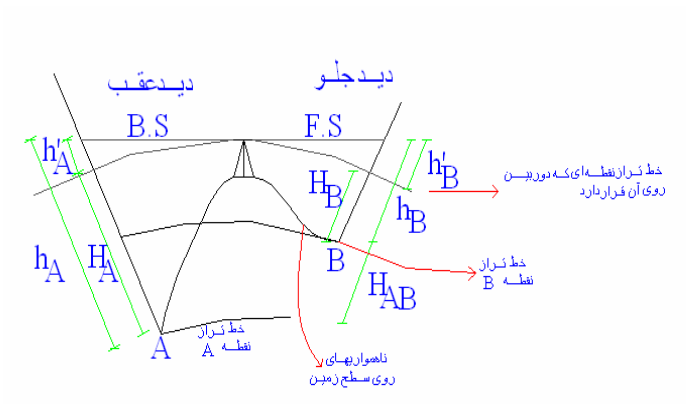
اثر شکست نور: خطای مربوط به شکست نور 14% خطای انحنا زمین است و خطای انحنا زمین را کمتر می کند.

خطاي انحنا زمین و شکست نور (با هم):

$$(c \wedge r) = 0.0675 S^2$$

دید عقب: نشانه روی به نقطه ای که دارای ارتفاع معلوم باشد B.S

دید جلو: نشانه روی به نقطه ای که دارای ارتفاع مجهول باشد F.S



عدد قرائت شده از روی میرور A $=h_A$

عدد قرائت شدهدر B از روی میر $=h_B$

$$h_A' = (c \wedge r)_A \quad و \quad h_B' = (c \wedge r)_B$$

$$H_A = h_A - h_A'$$

$$\Rightarrow H_{AB} = H_A - H_B = (h_A - h_A') - (h_B - h_B') \Rightarrow H_{AB} = h_A - h_B - (c \wedge r)_A + (c \wedge r)_B$$

$$H_B = h_B - h_B'$$

وقتی که فاصله دید عقب و فاصله دید جلو برابر باشد داریم:

$$H_{AB} = h_A - h_B$$

برای آنکه خطای ناشی از شکست نور و انحنا زمین حداقل شود بایستی فاصله دوربین تا دو نقطه مورد نظر حتی الامکان مساوی اختیار گردد.

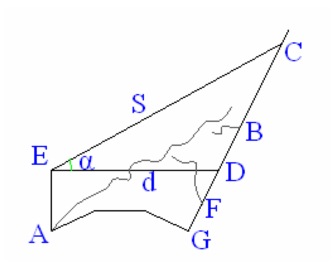
دید جلو (F.S):

اگر به نقطه ای نشانه رویم که دارای ارتفاع نامعلوم باشد به ان نشانه روی دید جلو گوئیم.

دید عقب (B.S) :

اگر به نقطه ای نشانه رویم که دارای ارتفاع معلوم باشد به آن نشانه روی دید عقب گویند.

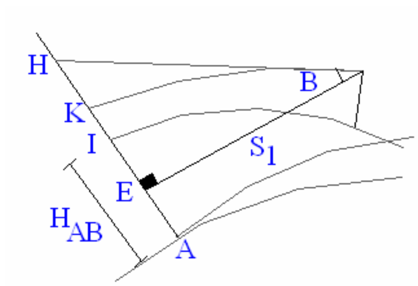
ترازيابي غير مستقيم:



$$DC = ED\tan\alpha = EC\sin\alpha$$
$$DF = (C \wedge R)_{ED}$$
$$H_{AB} = AE + DF + DB = AE + DF + CD - CB$$

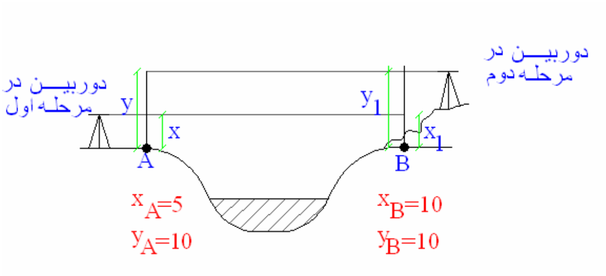
ارتفاع دستگاه = AE   خطای مربوط به انحنا = DF   قرائت از

روی مسیر = CD



$$H_{AB} = H_Z + (C \wedge R)_{DE} + d\tan\alpha - F.S = H_Z + (C \wedge R)_{DE} + S\sin\alpha - F.S$$

$$(H_{AB})_B = C'E'\sin\beta + E'A - (c \wedge r)_{C'H} - C'B$$
$$(H_{AB})_B = SI\sin\beta + (F.S)_1 - (c \wedge r)_{C'H} - (H_Z)_1$$
$$H_{AB} = \frac{1}{2}[((H_{AB})_\alpha + (H_{AB})_\beta)]$$
$$H_{AB} = \frac{1}{2}[S\sin\alpha + SI\sin\beta] + \frac{(H_Z) - (H_Z)_1}{2} + \frac{(F.S)_1 - (F.S)}{2}$$



ترازيابي معكوس:

$$H_{AB} = \frac{1}{2}[(x - x_1) + (y - y_1)]$$

اثبات:

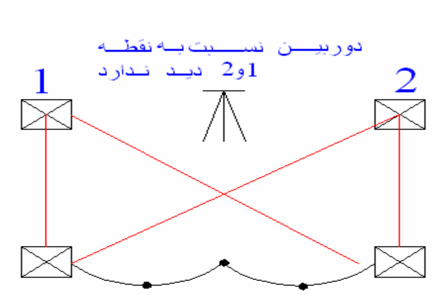
$$(H_B - H_A)_1 = (H_{AB})_1 = x - x_1$$
$$(H_B - H_A)_2 = (H_{AB})_2 = y - y_1$$
$$H_{AB} = \frac{1}{2}[(x - x_1) + (y - y_1)]$$

مثال-

$$x_A = 5, y_A = 10, x_B = 10, y_B = 20$$
$$\frac{1}{2}[(5 - 10) + (10 - 20)]$$

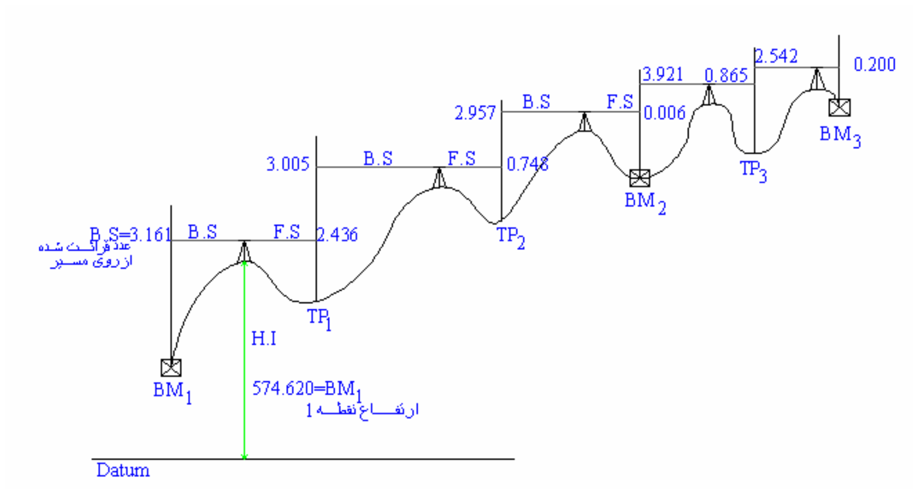
ترازيابي تدريجي:

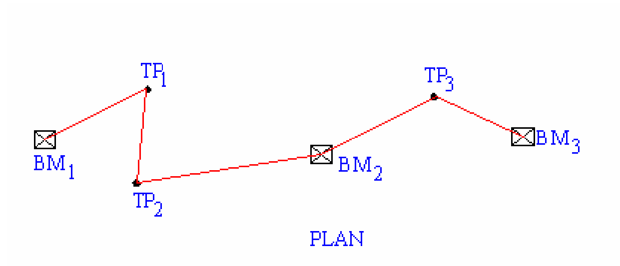
اختلاف ارتفاعهای نقاط را بدست آورده



Bench Mark: به نقاطی گفته می شود که ارتفاع یا مختصات آن معلوم باشد یا آنکه هدف بدست آوردن ارتفاع یا مختصات آن باشد.

TemporyPoint(نقاط كمكي): به نقاطی گفته می شود که بدست اوردن ارتفاع یا مختصات آنها هدف نمی باشد ولی در جریان کار مجبور به اندازه گیری یا محاسبه مختصات یا ارتفاع آنها می شویم.





جدول مربوط به ترازيابي تدريجي:

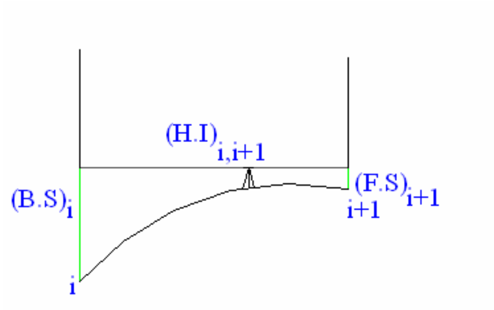
Sta.	B.S	H.I(B.S+Elv)	F.S	Elev.
BM_1	3.161	577.781	____	574.62
TP_1	3.005	578.359	2.436	575.345
TP_2	2.954	580.556	0.748	577.602
BM_2	3.921	584.471	0.006	580.550
TP_3	2.542	586.471	0.865	583.606
BM_3	____		0.200	585.948
$\sum$	15.58-4.255=11.328		4.255	

$$H.I = Elv. + B.S, Elv. = HI - F.S$$

$$Elv._{BM_1} + (\sum B.S - \sum F.S) = Elv._{BM_3} \Rightarrow$$
$$Elv._{BM_3} = 574.62 + (15.58 - 4.255) = 585.948$$

H.I: ارتفاع دوربین نسبت به سطح مبنائی که انتخاب کرده ایم.

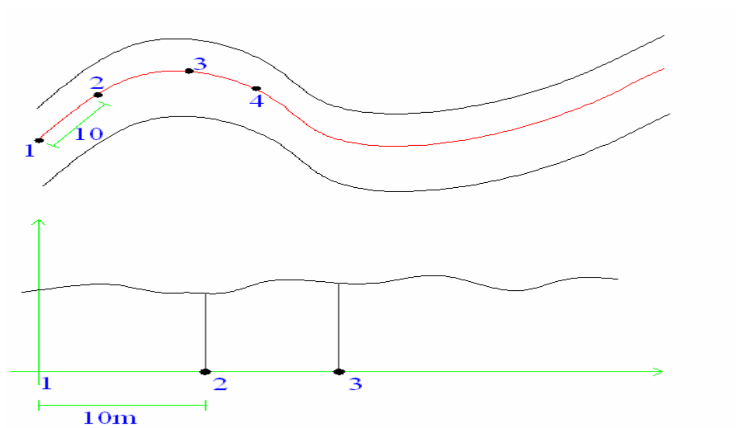
باید توجه کرد ستون B.S و F.S و .ELV نقطه برداشت شود.



$$(H.I)_{i,i+1} = (ELV.)_i + (B.S)_i$$
$$(ELV.)_{i+1} = (H.I)_{i,i+1} - (F.S)_{i+1}$$
$$Elv._{\text{آخر}} = Elv._{\text{اول}} + (\sum B.S - \sum F.S)$$

ترازيابي نيمرخ(پروفيل)طولي:

پروفیل طولی منحنی است که ارتفاع نقاط مختلف از یک پروژه مسیر را بر حسب فاصله در امتداد محور مسیر از یک مبدا مشخص نشان می دهد.



با فرض اینکه نقاط 1,2 و2,3 برابر و برابر 50m باشد:

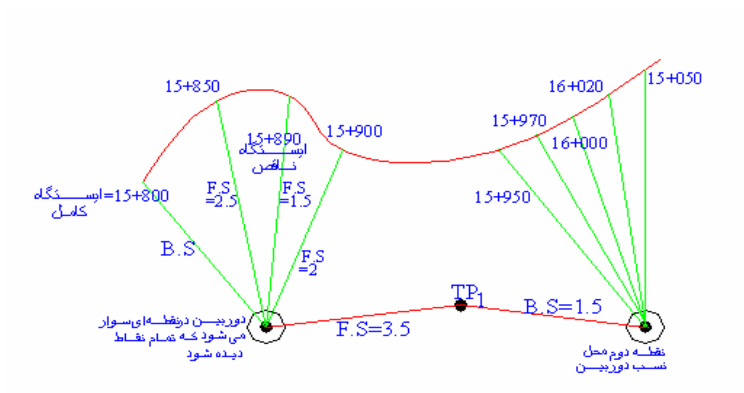
3: 15km+20m　　1: 15km+10m

4: 15km+250m　　2: 15km+150m

1- Full Station: ایستگاه کامل

2- Pul Station: ایستگاه ناقص

ایستگاههائی که شماره آنها عدد روند است و بصورت مضربی از فاصله ایستگاهها قابل بیان است را ایستگاه کامل گوئیم.



جدول مربوط به ترازيابي نيمرخ طولي

در این جدول ممکن است خیلی از خانه ها خالی بماند.

Sta.	B.S	H.I	F.S	I.f.s	ELevation	remarke
15+800	3.00	1453			1450	
15+850				2.5	1450.5	1453-2.5=1450.5
15+890				1.5	1451.5	1453-1.5=1451.5
15+900				2	1451	1453-2=1451
TP_1	1.5	1451	3.5		1449.5	1453-3.5=1449.5
				1	1451-1	H.I-1
				2	1451-2	H.I-2
				3	1451-3	H.I-3

انواع خطاهاي ترازيابي:

1- میزان نبودن ترازیاب : الف : لوله ترازیاب و تلسکوپ با هم موازی نیستند (خطای سیستماتیک)

ب) خطا در تراز کردن دستگاه(خطای اتفاقی)

2- پارالکس: عدم انطباق تصویر و تارهای رتیکول که ناشی از عدم تنظیم عدسی های دستگاه است.

3- خطای انحنای زمین

4- خطای مربوط به شکست نور

5- تغییرات درجه حرارت(روی خود دستگاه و روی قرائت شخص اثر می گذارد)

6- استاندارد نبودن میر

7- شاقول نبودن میر

8- خطا در قرار دادن میر در محل مورد نظر

9- نشست سه پایه یا میر

10- از لحظه تنظیم دوربین تا لحظه قرائت ممکن است تراز به هم بخورد.

11- عدم قرائت صحیح از روی میر

پخش خطاها در ترازيابي:

1- خطای ناشی از تنظیم تراز دستگاه

2- خطا در قرائت

3- پدیده شکست نور

خطای مربوط به عوامل سه گانه فوق به ازا یکبار نشانه روی برای واحد طول (انحراف استاندارد تخمینی

برای یک بار تراول روی) : $\hat{\sigma}_S$

اختلاف ارتفاع $= \Delta = B.S - F.S$

$$\sigma_{\Delta}{}^2 = (\frac{\partial \Delta}{\partial B.S})^2 \sigma_{B.S}{}^2 + (\frac{\partial \Delta}{\partial F.S})\sigma_{F.S}{}^2$$

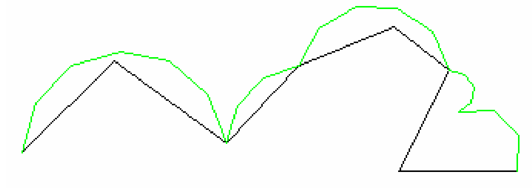
$\sigma_{BS} = \hat{\sigma}_S.L$ و $\sigma_{FS} = \hat{\sigma}_S.L$ و $\sigma_{\Delta}{}^2 = \hat{\sigma}_S{}^2.L^2 + L^2.\sigma_S{}^2$

$$\Delta H = \Delta_{1,2} + \Delta_{2,3} + \ldots + \Delta_{i,i+1} + \ldots + \Delta_{n-1,n}$$

$$\sigma_{\Delta H}{}^2 = \sigma_{1,2}{}^2 + \sigma_{2,3}{}^2 + \ldots + \sigma_{i,i+1}{}^2 + \ldots + \sigma_{n-1,n}{}^2$$

$2L^2.\hat{\sigma}_S{}^2 + 2L^2.\hat{\sigma}_S{}^2 + \ldots. + L^2.\hat{\sigma}_S{}^2($ مرتبه n $)$

$$\sigma_{\Delta H}{}^2 = 2nL^2.\sigma_S{}^2 \Rightarrow \sigma_{\Delta H} = L\sqrt{2n}\sigma_S$$



d = کل فاصله طی شده در ترازیابی تدریجی

L = فاصله متوسط دوربین تا مسیر در هر بار قرائت

n = تعداد ایستگاههای اندازه گیری

مجموع کل مسیر ترازیابی $= d = 2nL \Rightarrow 2n = \dfrac{d}{L}$

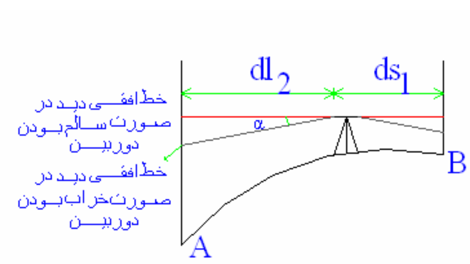
$$\sigma_{\Delta H} = L\sqrt{\frac{d}{L}}\hat{\sigma}_S \Rightarrow \sigma_{\Delta H} = \sqrt{Ld}\,\hat{\sigma}_S \Rightarrow \sigma_{\Delta H}{}^2 = Ld\,\hat{\sigma}_S{}^2$$

نتایج بدست آمده عبارتند از:

واریانس اندازه گیری اختلاف ارتفاع در ترازیابی تدریجی متناسب با طول کل مسیر و متناسب با تعداد دفعات دوربین گذاری است.

تصحیح کلیماسیون: Collimation Correction

اگر به هنگام درست بودن دستگاه ترازیاب، محور تلسکوپ افقی نباشد باعث ایجاد خطا می گردد که به آن خطای کلیماسیون گویند.



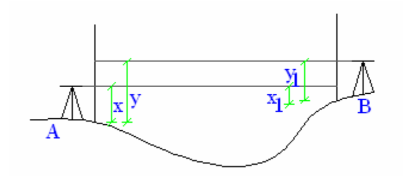
$$(\Delta H)_2 = (NL_2 + CdL_2) - (NS_2 + CdS_2)$$

$$(\Delta H_1) = (\Delta H_2) \Rightarrow C = \frac{(NS_1 + NS_2) - (NL_1 + NL_2)}{(dL_1 + dL_2) - (dS_1 + dS_2)}$$

منظور فاصله های دید عقب و جلو هستند $(\Delta H)_{correction} = (\Delta H)_{abserved} + C(\sum B.S - \sum F.S) \rightarrow$

اگر طول دید جلو و عقب برابر باشند تصحیح

کلیماسیون صفر می شود.

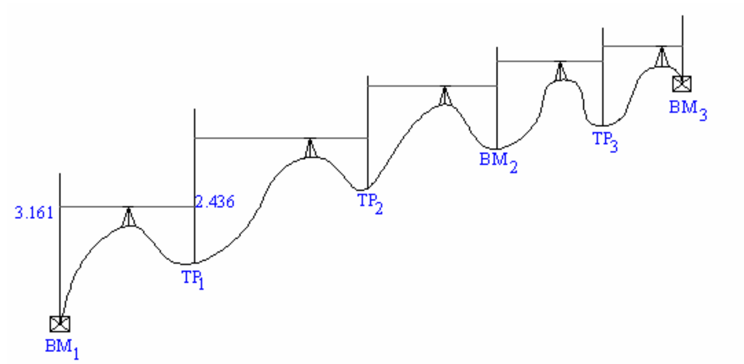


$$H_B - H_A = (H_{AB}) = x - x_1$$
$$(H_{AB})^2 = y - y_1$$
$$H_{AB} = \frac{1}{2}[(x - x_1) + (y - y_1)]$$

نحوه يادداشت برداري وترازيابي تدريجي:

Bench Mark: به نقاطی گفته می شود که ارتفاع یا مختصات آن معلوم باشد یا آنکه هدف بدست آوردن ارتفاع یا مختصات آن باشد.

TemperaryPoint یا Turving Point(نقاط كمكي): به نقاطی گفته می شود که بدست اوردن ارتفاع یا مختصات آنها هدف نمی باشد ولی در جریان کار مجبور به اندازه گیری یا محاسبه مختصات یا ارتفاع آنها می شویم.



جدول مربوط به ترازيابي تدريجي:

Sta.	Bac.s	Shi(HI)	For	ELevation	remarke
BM_1	3.16			574.620	
		577.781			
TP_1	3.005		2.436	575.345	
		578.359			
TP_2	2.954		0.748	577.602	
		580.556			
BM_2	3.921				
		584.471			
TP_3	2.542		0.885	583.606	
		586.148			
BM_3	——		0.200	585.948	
$\sum$	15.583		4.255		

$(B.S+ELE.)_n=(H.I)_{n+1}$

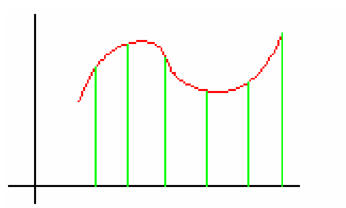
$(H.I-F.S)_n=(ELE.)_n$

$(ELE.)_{BM_1}+(\sum B.S-\sum F.S)=(ELE.)_{BM_3}$

$$(H.I)_{i,i+1}=(Elv.)_i+(BaC)_i$$
$$(Elv.)_{i+1}=(HI)_{i,i+1}-(FoR)_{i+1}$$
$$(Elv.)_{i+1}=BaC.S_i-FoR.S_{i+1}+(Elv.)_i$$

$$Elv._{\text{اول}}-\sum[(F.S)_{i+1}-(B.S)_i]=Elv._{\text{آخر}}\ \Rightarrow$$
$$Elv._{\text{آخر}}=574.62+(15.58-4.255)=585.948$$

ترازيابي نيمرخ(پروفيل)طولي:



پروفیل طولی منحنی است که ارتفاع نقاط مختلف از یک پروژه مسیر را بر حسب فاصله در امتداد محور مسیر از یک مبدا مشخص نشان می دهد.

Station: ایستگاه دو نمونه داریم:

1– Full Station: ایستگاه کامل

2– Puls Station: ایستگاه ناقص

با فرض اینکه نقاط 1,2 و2,3 برابر و برابر 50m باشد:

2:　　　　1: 10km+570m　　　　3: 10km+590m

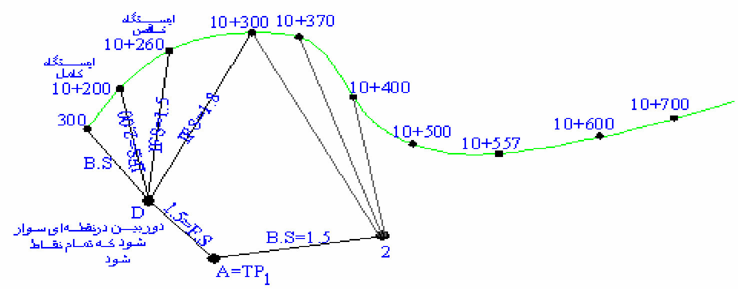
10km+580m

ایستگاه کامل:

اگر اعداد بدست آمده بصورت روندباشد به آن ایستگاه کامل گویند.یعنی به یک ترتیب نسبت به مبدا در حال تغییر است.(بصورت مضربی از فاصله ایستگاهها قابل بیان است).

ایستگاه اضافي يا ناقص :

یعنی اینکه علاوه بر ایستگاه کامل یک مقدار هم اضافه داشته باشیم.



Sta.	B.S	H.I	F.S	I.f.s	ELevation	remarke
15+800	3.00				1450	1453=1450+3 153-2.5=1450.5
10+700	300	1453				
15+850		583		2.5	1450.5	
10+200					1451.1	
10+260				1.5	581.5	
10+300	1.5		1.8		581.5	
$D_{(2)}$		582.7				
10+370				3.5	579.2	
10+400				2.00	580.7	

مرحله دوم برای جاهائی است که نقطه 10+300 را در دو نقطه 1 و 2 نبینیم از نقطه A ویا TP استفاده می کنیم که هرچه بطرف داخل یا خط جاده بیائیم دقیقتر و خطا کمتر است.

خطاهاي ترازيابي:

1- میزان نبودن ترازیاب : الف : لوله ترازیاب و تلسکوپ با هم موازی نیستند (خطای سیستماتیک)

ب) خطا در تراز کردن دستگاه(خطای اتفاقی)

2- پارالکس Parrallex

3- خطای مربوط انحنای زمین

4- خطای مربوط به شکست نور

5- خطای ناشی از تغییر درجه حرارت : الف-اثر روی خود دستگاه ب- خطا در قرائت

6- استاندارد نبودن میر

7- شاقول نبودن میر(شاخص)

8- خطا در قرار دادن میر در محل مورد نظر

9- نشست سه پایه و میر

10- بهم خوردن دستگاه ترازیاب

11- خطای قرائت میر

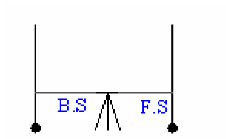
پخش خطاها در ترازيابي:

1- خطای تنظیم تراز دستگاه

2- خطا قرائت میر

3- خطای شکست نور

Sta.	B.S	H.I	F.S	I.f.s	ELevation	remarke
15+800	3.00	1453			1450	
15+850				2.5	1450.5	1453-2.5=1450.5
15+890				1.5	1451.5	1453-1.5=1451.5
15+900				2	1451	1453-2=1451
TP_1	1.5	1451	3.5		1449.5	1453-3.5=1449.5
				1	1451-1	H.I-1
				2	1451-2	H.I-2
				3	1451-3	H.I-3



خطای مربوط به این سه عامل به ازا یکبار نشانه روی برای واحد طول = $\hat{\sigma}_S$

اختلاف ارتفاع $= \Delta = B.S - F.S \rightarrow \begin{cases} (\dfrac{\partial \Delta}{\partial B.S}) = 1 - 0 \\ (\dfrac{\partial \Delta}{\partial F.S}) = 0 - 1 \end{cases}$

$$\sigma_\Delta{}^2 = (\frac{\partial \Delta}{\partial B.S})^2 \sigma_{B.S}{}^2 + (\frac{\partial \Delta}{\partial F.S})\sigma_{F.S}{}^2 = 1^2 \sigma_{B.S}{}^2 - 1^2 \sigma_{F.S}{}^2 = \sigma_{B.S}{}^2 - \sigma_{F.S}{}^2 \quad (I)$$

$\sigma_{BS} = \hat{\sigma}_S.L$ (1)و $\sigma_{FS} = \hat{\sigma}_S.L$ (2)

در هر بار اندازه گیری اینقدر خطا در اختلاف ارتفاع داریم $(1),(2),(I) \Rightarrow \sigma_\Delta{}^2 = \hat{\sigma}_S{}^2.L^2 + L^2.\sigma_S{}^2 \Rightarrow \sigma_\Delta = \sqrt{2} l \hat{\sigma}_S$

انحراف استاندارد تخمینی برای یک بار تراول روی: $\hat{\sigma}_S$

اختلاف ارتفاع کلی $\Delta H = \Delta_{1,2} + \Delta_{2,3} + \ldots + \Delta_{i,i+1} + \ldots + \Delta_{n-1,n} = \sum_{i=1}^{n} \Delta H_i$

در ترازیابی تدریجی $\sigma_{\Delta H}{}^2 = \sigma_{1,2}{}^2 + \sigma_{2,3}{}^2 + \ldots + \sigma_{i,i+1}{}^2 + \ldots + \sigma_{n-1,n}{}^2$
$2L^2.\hat{\sigma}_S{}^2 + 2L^2.\hat{\sigma}_S{}^2 + \ldots. + L^2.\hat{\sigma}_S{}^2$ (nمرتبه)

$$\sigma_{\Delta H}{}^2 = 2nL^2.\sigma_S{}^2 \Rightarrow \sigma_{\Delta H} = L\sqrt{2n}\sigma_S$$

خطا به جذر تعداد دوربین گذاری وابسته است.

کل فاصله طی شده در ترازیابی تدریجی = d

فاصله متوسط دوربین تا مسیر در هر بار قرائت = L

تعداد ایستگاههای اندازه گیری = n

مجموع کل مسیرهای ترازیابی تدریجی $= d = 2nL \Rightarrow 2n = \dfrac{d}{L}$

$$\sigma_{\Delta H} = L\sqrt{\frac{d}{L}}\hat{\sigma}_S \Rightarrow \sigma_{\Delta H} = \sqrt{Ld}\,\hat{\sigma}_S \Rightarrow \sigma_{\Delta H}{}^2 = Ld\hat{\sigma}_S{}^2$$

واریانس برابر است با تعداد دوربین گذاری

واریانس مربوط به اختلاف ارتفاع دو نقطه در یک ترازیابی تدریجی برابر است با طول کل مسیر.

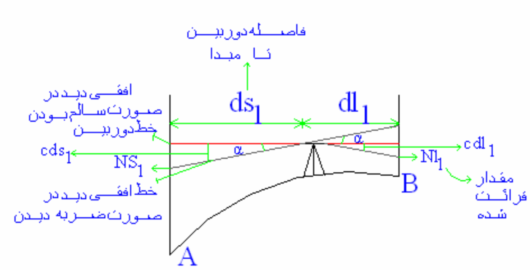
واریانس اندازه گیری اختلاف ارتفاعدو نقطه در ترازیابی تدریجی متناسب با طول کل مسیر و متناسب با تعداد دفعات دوربین گذاری است.

تصحیح کلیماسیون: Collimation Correction

اگر به هنگام درست بودن دستگاه ترازیاب ،محور تلسکوپ افقی نباشد باعث ایجاد خطا می گردد که به آن خطای کلیماسیون گویند.

مرحله اول:

دوربین را نزدیک نقطه A قرار می دهیم.

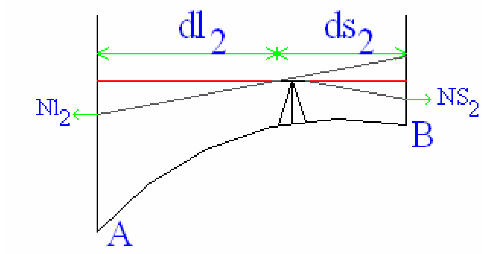


$$(\Delta H)_1 = (NS_1 + CdS_1) - (NL_1 + CdL_1)$$

*C= تصحیح کلیماسیون- اندازه زاویه α بر حسب رادیان

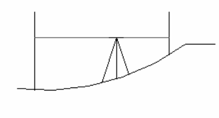
مرحله دوم:

دوربین را نزدیک نقطه B قرار می دهیم.



$$(\Delta H)_2 = (NL_2 + CdL_2) - (NS_2 + CdS_2)$$

از مساوی قرار دادن این دو فرمول میتوان C را حساب کرد.

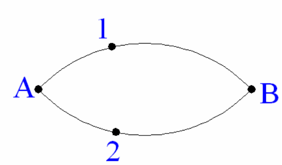


تصحیح کلیماسیون $(\Delta H_1) = (\Delta H_2) \Rightarrow C = \dfrac{(NS_1 + NS_2) - (NL_1 + NL_2)}{(dL_1 + dL_2) - (dS_1 + dS_2)}$

$(\Delta H)_{correction} = (\Delta H)_{abserved} + C(\sum B.S - \sum F.S) \rightarrow$ منظور فاصله های دید عقب و جلو هستند

(تار بالا منهای تار پائین مسیر $2 -$ تاربالا منهای تارپائین مسیر 1)= $(\Delta H)_{abserved}$ **مشاهده**

خطاي سبت Error of Closure



$$(Elev.)_A + (\sum B.S - \sum F.S)_1 = (Elev.)_B$$

دوربین گذاری مجدد:

$$(Elev.)_B + (\sum B.S - \sum F.S)_2 = (Elev.)_A$$

دو طرف معادله را با هم جمع می کنیم: $(\sum B.S - \sum F.S)_1 + (\sum B.S - \sum F.S)_2 = 0$

خطای نسبت $EC = (\sum B.S - \sum F.S)_1 + (\sum B.S - \sum F.S)_2$

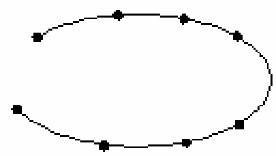
روی یک حلقه بسته $EC = (\sum B.S - \sum F.S)$

اگر دو نقطه با ارتفاع معلوم باشند A* B*

$$(Elev.)_A + (\sum B.S - \sum F.S)_1 = (Elev.)_B$$

$$(Elev.)_A - (Elev.)_B + (\sum B.S - \sum F.S) = EC$$

مقدار کل خطای نسبت روی مسیر طی گردیده



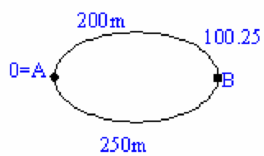
خطای هر نقطه $Ea = \frac{a}{l} EC$

l= طول کل مسیر تراز یابی

a= فاصله نقطه مورد نظر تا مبدا حرکت

Ea= خطای مربوط به نقطه ای به فاصله a از مبدا حرکت

مثال-



EC=0.45m

$$\sum B.S - \sum F.S = 0.45m$$

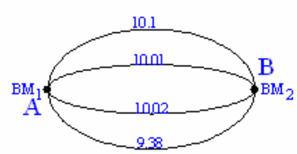
$$E_A = \frac{200+250}{200+250} * 0.45 = 0.45$$

$$(Elev.)_A = 0.45 - 0.45 = 0$$

$$E_B = \frac{200}{200+250} * 0.45 = 0.2$$

$$(Elev.)_B = 100.25 - 0.2 = 100.2$$

تصحیح عملیات ترازیابی تدریجی وقتی از دو یا چند مسیر استفاده شود.



اختلاف ارتفاع حاصل از مسیر شماره i= ΔH_i

(باقیمانده)تصحیح مربوط به اختلاف ارتفاع مسیر i= V_i

اختلاف ارتفاع تعیین شده = $\Delta \hat{H}$

$$\Delta\hat{H} = \Delta H_i + V_i$$

$$\Delta\hat{H} = (Elev.)_2 - (Elev.)_1$$

$$(Elev.)_2 = x$$

$$\Delta\hat{H}_1 + V_1 = x - (Elev.)_1$$

$$V_1 - x = -\Delta\hat{H}_1 - (Elev.)_1 \xrightarrow{=} f_1$$

$$\Delta\hat{H}_2 + V_2 = x - (Elev.)_1$$

$$V_2 - x = -\Delta\hat{H}_2 - (Elev.)_1 \xrightarrow{=} f_2$$

$$V_i - x = -\Delta\hat{H}_i - (Elev.)_1 \xrightarrow{=} f_i$$

$$[V] = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ . \\ . \\ V_i \\ . \\ . \\ V_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 + x \\ f_2 + x \\ . \\ . \\ f_i + x \\ . \\ . \\ f_n + x \end{Bmatrix} \text{ یا } \{V\} = \{f\} + \begin{Bmatrix} x \\ . \\ x \\ . \\ . \end{Bmatrix}$$

ماتریس وزن $\leftarrow W = Q^{-1} \rightarrow$ کوفاکتور $Q \qquad = \dfrac{1}{\sigma_O{}^2}\Sigma$ (ماتریس کواریانس)

$$\sum \hat{\sigma}_S{}^2 L = \sigma_O{}^2 = L_O \sigma_S{}^2 = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_S{}^2 d_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_S{}^2 d_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_S{}^2 d_3 \end{bmatrix} \qquad \sigma_o{}^2 = \sigma_S{}^2 \text{ اگر}$$

وزن یک اندازه گیری با عکس خطا متناظر می باشد.

$$Q = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & d_n \end{bmatrix} \qquad W = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{d_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d_n} \end{bmatrix}$$

$$Q = \{V\}^T \{W\} \{V\}$$

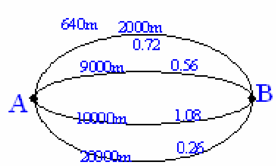
$$\varphi=\{f_1+x \quad f_2+x \quad \dots \quad f_3+x\}\begin{bmatrix}\frac{1}{d_1} & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{d_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{d_n}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}f_1+x\\ f_2+x\\ .\\ .\\ f_i+x\\ .\\ .\\ f_n+x\end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \varphi=\frac{1}{d_1}(f_1+x)^2+\frac{1}{d_2}(f_2+x)^2+\dots+\frac{1}{d_n}(f_n+x)^2$$

در صورت مشتق گرفتن از رابطه بالا $\Rightarrow \dfrac{d\varphi}{dx}=0\Rightarrow \dfrac{\frac{f_1}{d_1}+\frac{f_2}{d_2}+\dots+\frac{f_n}{d_n}}{\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}+\dots+\frac{1}{d_n}}\Rightarrow x=-\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\frac{f_i}{d_i}}{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{d_1}(=W)}$

ارتفاع نقطه دوم می باشد $\rightarrow x=(Elev.)_2$

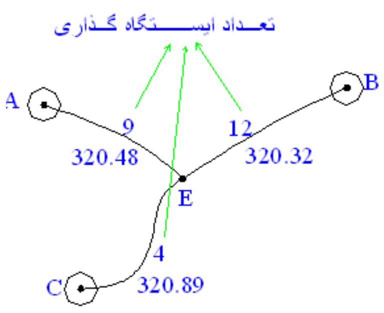
مثال-



$$f_i=-\Delta H_i-(Elev.)_1$$

$$f_1=-0.72-640=-640.72$$
$$f_2=-0.56-640=-640.56$$
$$f_3=-1.08-640=-641.08$$
$$f_4=-0.26-640=-640.24$$

$$x=+\frac{\frac{640.72}{2}+\frac{640.56}{4}+\frac{640.24}{20}+\frac{640.08}{10}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{10}+\frac{1}{20}}\Rightarrow$$
$$x=640.690m=(Elev.)_{BM_2}$$



مثال- هدف بدست آوردن ارتفاع E

ارتفاع A,B,C داده شده است.

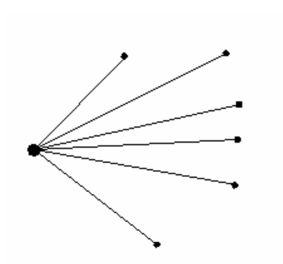
حل-باید وزنها را عکس تعداد دوربین گذاری کنیم.

تذکر:وزن در هر مسیر متناسب با عکس طول همان مسیر

است.

$$(Elev.)_E = \frac{\frac{320.45}{9}+\frac{320.32}{12}+\frac{320.89}{4}}{\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}} = 320.681m$$

تصحیح شبکه ترازیابی:

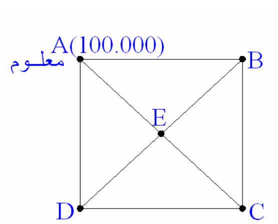


تعداد حداقل اندازه گیریهای مورد نیاز = n_o

تعداد اندازه گیریهای انجام گردیده = n

(Random Dancy) اندازهگیریهای اضافی $r = n - n_o$

ماکزیمم خطای نسبت $\rightarrow = K\sqrt{l}$



روش اول:روش تصحیح مشاهده غیر مستقیم(اختلاف ارتفاع نقاط)

i=n

ارتفاع نقطه شماره j = σ_j

اختلاف ارتفاع اندازه گیری شده در اندازه گیری شماره(یا مسیر) iام =l_i

(باقیمانده)تصحیح مربوط به شماره(یا مسیر) iام= V_i

اختلاف ارتفاع تصحیح شده اندازه گیری iام = $\hat{l}_i$

$$\hat{l}_i = l_i + V_i$$

$i = 1 \rightarrow n$ تعداد اندازه گیریها

* اگر r=0 باشد تصحیح نداریم یعنی زمانی تصحیح داریم که n بزرگتر از n_o باشد.

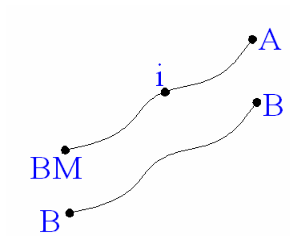
1 اندازه گیری شماره $\leftarrow V_1 + b_{11}\sigma_1 + b_{12}\sigma_2 + \ldots + b_{1n_o}\sigma_{n_o} = f_1$

2اندازه گیری شماره $\leftarrow V_2 + b_{21}\sigma_1 + b_{22}\sigma_2 + \ldots + b_{2n_o}\sigma_{n_o} = f_2$

.

.

$$V_i + b_{i1}\sigma_1 + b_{i2}\sigma_2 + \ldots + b_{in_o}\sigma_{n_o} = f_i$$



.

.

$$V_n + b_{n1}\sigma_1 + b_{n2}\sigma_2 + \ldots + b_{nn_o}\sigma_{n_o} = f_n$$

$$(Elev)_{BM} + \hat{l} = \sigma_A$$
$$(Elev)_{BM} + \hat{l} + V = \sigma_A$$
$$V_i - \sigma_J = -l_i - (Elev.)_{BM}$$
$$\sigma_A + l + V = \sigma_B$$
$$V + \sigma_A - \sigma_B = -l$$

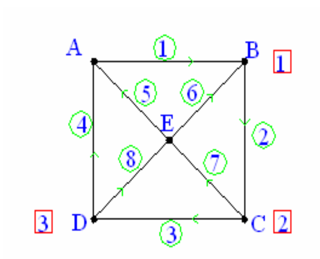
$$V = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ . \\ V_i \\ . \\ V_n \end{Bmatrix} \quad \{f\} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ . \\ f_i \\ . \\ f_n \end{Bmatrix} \quad \{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ . \\ \sigma_i \\ . \\ \sigma_n \end{Bmatrix}_{n_o * 1}$$

$$[B]=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n_o} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n_o} \\ . & . & . & . \\ b_{i1} & b_{i2} & \dots & b_{in_o} \\ . & . & . & . \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn_o} \end{bmatrix}_{n*n_o}$$

$$\{V\}+[B]\{\sigma\}=\{f\}\rightarrow [V]=[f]-[B][\sigma]$$

مثال-

l_2+V اختلاف ارتفاع تعیین شده و σ_2 ارتفاع نقطه c



$$\sigma_1+l_2+V_2=\sigma_2 \Rightarrow V_2+\sigma_1-\sigma_2=-l_2$$

$$100-l_1+V_1=\sigma_1 \Rightarrow V_1-\sigma_1=-100-l_1$$

$$[V]=[f]-[B][\sigma]$$

ماتریس قطری $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

$$\varphi=V^TWV \Rightarrow \varphi=(f-B\sigma)^TW(f-B\sigma)\Rightarrow \varphi=(f^T-B^T\sigma^T)W(f-B\sigma)$$
$$\Rightarrow \varphi=f^TWf-B^T\sigma^TWf-f^TWB\sigma+B^T\sigma^TWB\sigma \Rightarrow$$
$$\varphi=f^TWf-2B^T\sigma^TWB\sigma+B^T\sigma^TWB\sigma$$

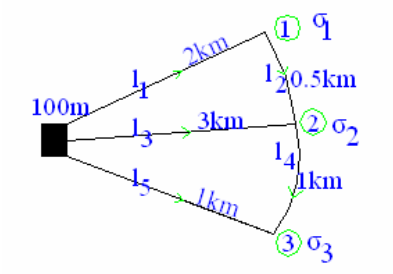
$$\frac{\partial\varphi}{\partial\sigma}=-2B^TWf+2B^TWB\sigma=0$$

$$\sigma_{(n_o*1)}=(B^TWB)_{(n*n_o)}{}^{-1}(B^TWf)_{(n*1)}\Rightarrow \sigma=[B]_{(n*n_o)}[B]_{(n*n_o)}{}^{T}[W]_{(n*n)}$$

مثال- هدف تعیین ارتفاع سه نقطه می باشد (عملیات ترازیابی تدریجی)

$l_5=8m$ و $l_4=3.70m$ $l_3=4.2m$, $l_2=-5.75m$, $l_1=10.05m$

حل-ابتدا با استفاده از فرمول $(Elev)_i + l_i + V_i = \sigma_i + 1$



معادلات را بدست آورده و سپس انرا بصورت

$\sigma_i + V_i + 1 = -(Elev)_i - l_i = f_i$ مرتب می کنیم .سپس از روی

آن [B] که ماتریس ضرائب σ_i می باشد را تشکیل داده و $[f_i]$ را نیز

تشکیل می دهیم و سپس ماتریس وزن را تشکیل می دهیم:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{d_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{d_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{d_n} \end{bmatrix}$$

و سپس از فرمول $[B][B]^T[W]$ ، σ ها را حساب می کنیم.

$$\begin{aligned}
&100 + 10.05 + V_1 = \sigma_1 \rightarrow V_1 - \sigma_1 = -110.05 \\
&\sigma_1 - 5.75 + V_2 = \sigma_2 \rightarrow V_2 + \sigma_1 - \sigma_2 = 5.75 \\
&100 + 4.2 + V_3 = \sigma_2 \rightarrow V_3 - \sigma_2 = -104.2 \\
&\sigma_2 + 3.7 + V_4 = \sigma_3 \rightarrow V_4 + \sigma_2 - \sigma_3 = -3.7 \\
&100 + 8 + V_5 = \sigma_3 \rightarrow V_5 - \sigma_3 = -108
\end{aligned}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad \{f\} = \begin{Bmatrix} -110.05 \\ 5.75 \\ -104.2 \\ -3.7 \\ -108 \end{Bmatrix}$$

$$[W] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sigma = (B^T W B)^{-1} B^T W f$$

$$(B^T W B) = \begin{bmatrix} 2.5 & -2 & 0 \\ -2 & \frac{10}{3} & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

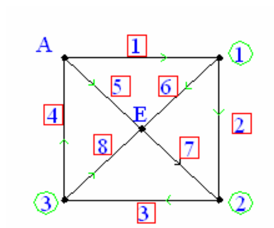
$$(B^TWB)^{-1}=\begin{bmatrix}0.9189 & 0.6486 & 0.3243\\ 0.6486 & 0.8108 & 0.4054\\ 0.3243 & 0.4154 & 0.7027\end{bmatrix}$$

$$B^TWf=\begin{Bmatrix}66.625\\ 19.533\\ 111.7\end{Bmatrix}\ \sigma=\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}110.0284\\ 109.2730\\ 107.9865\end{Bmatrix}$$

روش دوم:

روش تصحیح مشاهدات مستقیم:

$r=n-n_o$ اندازه گیری اضافی **تعداد کل اندازه گیریها = n**



***تعداد لوپها=تعداد ایستگاهها- تعداد میرها**

$$\begin{aligned}&a_{11}V_1+a_{12}V_2+\ldots+a_{1n}V_n=f_1\\ &a_{21}V_1+a_{22}V_2+\ldots+a_{2n}V_n=f_2\\ &.\\ &a_{r1}V_1+a_{r2}V_2+\ldots+a_{rn}V_n=f_r\end{aligned}$$

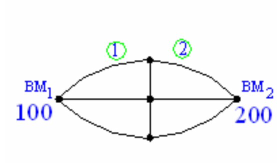
$$[A]_{r*n}\{V\}=\{f\}$$

$$\begin{aligned}&\hat{l}_1+\hat{l}_2+\hat{l}_3+\hat{l}_4=0\\ &l_1+V_1+l_2+V_2+l_3+V_3+l_4+V_4=0\Rightarrow\\ &V_1+V_2+V_3+V_4=-l_1-l_2-l_3-l_4\end{aligned}$$

$$\hat{l}_2-\hat{l}_7-\hat{l}_6=0$$

$\hat{l}_2$=مربوط به مثلث هاشورخورده و $\hat{l}_7$ =اگر در مسیرنقشه برداری باشد مثبت و اگر درخلاف باشد منفی

$$V_2-V_7-V_6=-l_2+l_7+l_6$$



$$100+\hat{l}_1+\hat{l}_2=200$$

$$[A]_{r*n}\{V\}_{r*1}=\{f\}_{r*1}\Rightarrow AV-f=0$$

$$\varphi=V^TWV$$

روش ضریب لاگرانژ

$\varphi'=\{V\}^T[W]\{V\}-2\{K\}^T([A][V]-\{f\})$ (مشتق نمی باشد و ظرفیت یک تابع است)

ضرائب لاگرانژ $\{K\}=\begin{Bmatrix}K_1\\K_2\\.\\K_r\end{Bmatrix}_{r*1}$ $\quad$ φ=طول مسیر ماتریس A

برای اینکه φ' را مینیمم کنیم مشتق می گیریم : $\dfrac{\partial\varphi'}{\partial V}=0$

داریم $\to W^{-1}=\varphi_{ll}$

$$2V^TW-2K^TA=0\to V^T=K^TAW^{-1}\to V=W^{-1}A^TK$$
$$\to V=\varphi_{ll}A^TK\to A\varphi_{ll}A^TK-f=0\to K=(A\varphi_{ll}A^T)^{-1}f$$

A^T=ماتریس ضرائب V_i ها

(مهم) $V=\varphi_{ll}A^T(A\varphi_{ll}A^T)^{-1}f$

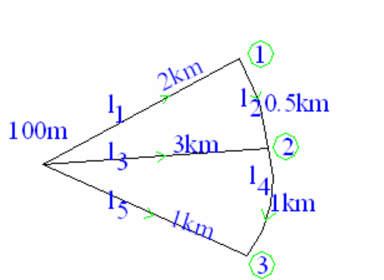
مقادیر تصحیح شده اختلاف ارتفاع $\{\hat{l}\}=\{l\}+\{V\}$

$$AV-f=0$$

$$W^{-1}=Q_{LL}=\begin{bmatrix}d_1&0&0&0\\0&d_2&0&0\\0&0&d_3&0\\0&0&0&d_4\end{bmatrix}$$

مثال-

روش حل- ابتدا مقدار اندازه گیریهای اضافی را حساب کرده($r=n-n_o$)سپس به تعداد آنها لوپ انتخاب می کنیم و معادله مسیر را می نویسیم $(\hat{l}_1+\hat{l}_2+\hat{l}_3=0)$ که در نوشتن این معادله باید توجه کرد که هرکدام که در جهت مسیر بوده مثبت و اگر نبود منفی انتخاب شود سپس با توجه به $\hat{l}_i=\hat{l}_i+V_i$ معادله را دوباره می نویسیم. L_i که معلوم هستند به یک طرف برده و معادله ای بر حسب V_iها می نویسیم سپس ماتریس $[A]_{r*n}$ که ماتریس ضرائب V_i ها هستند نوشته و $\{f\}_{r*1}$ که مجموعه طرف دوم معادلات می باشد را می نویسیم سپس ماتریس $Q_{LL}=\begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{bmatrix}$ که در آن d فاصله هر مسیر است را می نویسیم و سپس V_i ها و مقادیر را بدست می آوریم.



$l_1=10.05m$, $l_2=-5.75m$,

$l_3=4.2m$ $l_4=3.70m$ و $l_5=8m$

$$r=n-n_o \Rightarrow r=5-3=2$$

$\hat{l}_1+\hat{l}_2-\hat{l}_3=0$ در مثلث بالائی

$$V_1+V_2-V_3=l_1-l_2+l_3=-0.1$$

درمثلث پائینی $V_3+V_4-V_5=0.1 \to \hat{l}_3+\hat{l}_4-\hat{l}_5=0$

$$V_3+V_4-V_5=-\hat{l}_3+\hat{l}_4+\hat{l}_5=0.1$$

$$\varphi_{ll}=\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{5*5(n*n)} \qquad [A]_{2*5}=\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

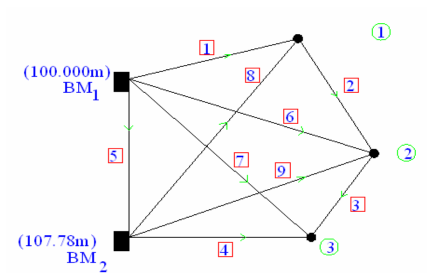
$$\{f\}_{r*1}=\begin{Bmatrix} -0.1 \\ 0.1 \end{Bmatrix}$$

$$A\varphi_{ll}A^{T}=\begin{bmatrix}5.5 & -3\\ -3 & 5\end{bmatrix} \qquad (A\varphi_{ll}A^{T})^{-1}=\begin{bmatrix}0.27027 & 0.16216\\ 0.16216 & 0.29730\end{bmatrix}$$

$$\{V\}=\begin{Bmatrix}V_1\\ V_2\\ V_3\\ V_4\\ V_5\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}-0.0216\\ -0.0054\\ -0.0730\\ 0.0135\\ -0.0135\end{Bmatrix} \qquad \{\hat{l}\}=\begin{Bmatrix}10.028\\ -5.7554\\ 4.2730\\ 3.7135\\ 7.9865\end{Bmatrix}$$

H.W. – هدف تعیین ارتفاع نقاط 1,2,3

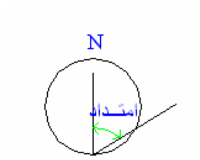
تصحیح شبکه داده شده با هر دو روش



نقطه شروع	شماره نقطه	نقطه پایان	اختلاف ارتفاع	طول مسیر km
BM_1	L_5	BM_2	7.7	3
BM_2	L_4	3	-10.5	4
BM_2	L_9	2	-1.8	5
BM_2	L_8	1	3.95	6
BM_1	L_1	1	11.8	3
BM_1	L_6	2	6.05	4
BM_1	L_7	3	-3.35	6
1	L_2	2	-5.70	2
2	L_3	3	-8.75	2

اندازه گیري زوايا و امتدادها Angles & Directing

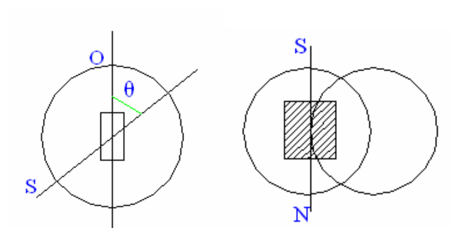
زاویه Angle: به هر نوع زاویه اطلاق می شود.



امتداد یا جهت Directing: حالت خاصی از زاویه است که یکی از اضلاع زاویه یک امتداد معلوم و مشخص باشد.

نصف النهار:

- نصف النهار جغرافیائی: نصف النهارهائی که از قطبین جغرافیائی میگذرند.از شمال و جنوب واقعی زمین عبور می کند (نصف النهارهای جغرافیائی مقدارشانت ثابت است).
- نصف النهار مغناطیسی: نصف النهار هائی که از قطبین مغناطیسی میگذرد و با گذشت زمان تغییر میکند.از شمال و جنوب مغناطیسی زمین عبور می کند.
- قطبین جغرافیائی: محل برخورد دوران زمین با سطح زمین را گویند.



- قطب مغناطیسی: محل برخورد محور فرضی مغناطیسی زمین با سطح کره زمین

زاویه انحراف مغناطیسي Magnetic Peclination:

زاویه بین نصف النهار جغرافیائی و نصف النهار مغناطیسی در یک نقطه می باشد.به عبارت دیگر زاویه بین امتداد شمال و جنوب مغناطیسی و امتداد شمال و جنوب جغرافیائی هر نقطه را زاویه انحراف مغناطیسی گویند.که در استوا کمترین مقدار و در نزدیکیهای قطب جنوب بزرگترین مقدار را دارد.

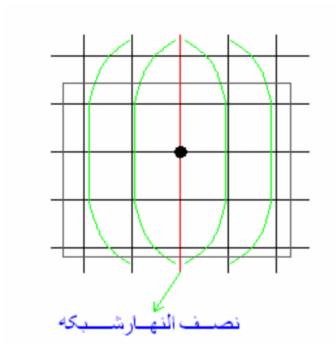
نقشه خطوط هم انحراف Gsegomic Chart:

خطوط هم انحراف Gsegonic Line:

خطوط هم انحراف: مکان هندسی نقاطی است که دارای زاویه انحراف مغناطیسی مشخص باشند.هر چه به قطب نزدیک تر می شویم زاویه انحراف مغناطیسی بیشتر می شود و روی استوا کوچکترین زاویهرا خواهیم داشت.

نصف النهار شبکه Gride Moridian:

نصف النهار گذرنده از یک نقطه مرکز منطقه عملیاتی را در نظر بگیرید. می توان فرض کرد که در این منطقه کلیه نصف النهارها به موازات این نصف النهار می باشد و کلیه مدارها نیز عمود بر این نصف النهار خواهد بوداین نصف النهار که بر اساس آن یک شبکه مختصات ساخته می شود نصف النهار شبکه می نامند.

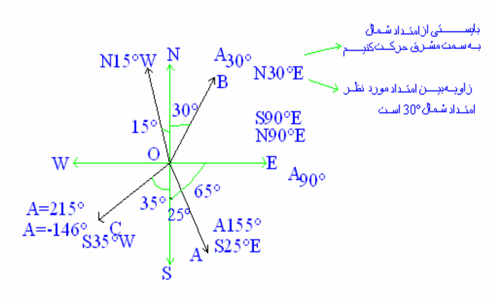


بعبارت دیگر اگر وسعت منطقه عملیاتی نسبت به کره زمین کوچک باشد می توان نقطه ای درمحدود وسعت منطقه در نظر گرفت و نصف النهار گذرنده از آن را به عنوان مبنا انتخاب کرده و بقیه نصف النهار را به موازات آن در نظر گرفت و مدارها را نیز به صورت خطوط موازی عمود بر نصف النهارها فرض نمود بدین ترتیب یک شبکه (Gride) حاصل می شود که نصف النهار را نصف النهار شبکه می نامند.

نصف النهار فرضی: در صورتیکه به جای نصف النهار شبکه از یک جهت فرضی به عنوان مبنای اصلی ساخت شبکه مختصات استفاده شود به آن جهت فرضی نصف النهار فرضی می گوئیم.

زاویه حامل Bearing: کوچکترین زاویه است که یک امتداد با جهت شمال یا جنوب می سازد.

زاویه سمت(آزیموت) Azimuth:



زاویه ای است که امتداد شمال بایستی در جهت

عقربه های ساعت دوران کند تا بر امتداد مورد نظر

منطبق شود.

توجه- اختلاف یک امتداد نسبت به آزیموت شمال

با یک امتداد نسبت به امتداد جنوب باید 80° باشد.

$$AoB = 30^\circ$$
$$ABo = 30 \pm 180 = 210 or -150$$
$$AoA = 90 + 65 = 155^\circ$$
$$AoC = 180 + 35 = 215^\circ$$

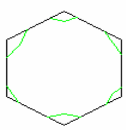
گرا یا ژیزمان: همان آزیموت است ولی حالت خاصی از آن بدین صورت که هر جهت را ما به عنوان

شمال یا جنوب انتخاب کنیم آزیموت از روی ان مشخص شود.

به عبارت دیگر اگر آزیموت نسبت به یک نصف النهار فرضی اندازه گیری شود به ان ژیزمان یا گرا گفته

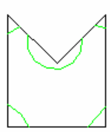
می شود.

زاويه داخلي Jnternol Angle:



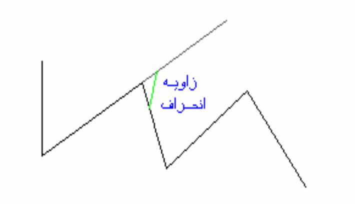
زاویه ای که از محدوده یک چند ضلعی بسته می گذرد.

$\sum = 180(n-2)$ زاویه یک n ضلعی



مجموع زاویه داخلی یک n ضلعی

زاویه انحراف Deflection Angle:



زاویه ای که یک امتداد با ادامه امتداد قبلی می سازد.زاویه انحراف به راست(To the Right) ادامه انحراف قبلی باید در جهت عقربه های ساعت دوران کند تا بر امتداد بعدی منطبق گردد.

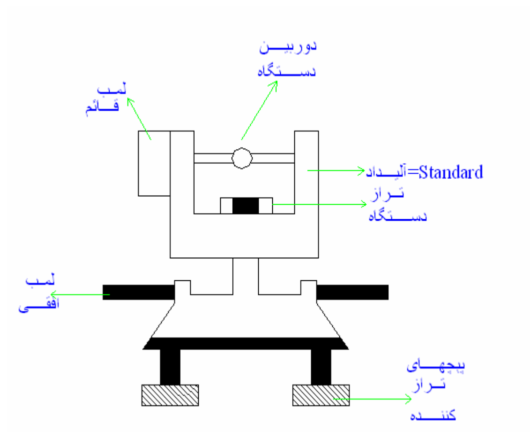
مجموع زاویه انحراف به چپ و انحراف به راست 360 درجه می باشد

زاویه انحراف به چپ (To the Left) : به زاویه ای می گویند که در خلاف عقربه های ساعت می چرخد تا روی امتدادهای قبلی قرار گیرد.

مجموع زوایای انحراف یک چند ضلعی برابر 360 درجه می باشد.

اندازه گيري زاويه افقي :

دوربین تئودولیت:



-تئودولیت دو محورهDouble (Repeating)Theodolite (تکرار کننده): دوربینهائی هستند که لمب افقی آنها دارای دو وضعیت ثابت و متحرک می باشد.

- تئودولیت ثابت یا تک محوره : از این دوربین نمی توان به روش تکرار استفاده نمود.

طرز کار کردن با تئودولیت:

1- تراز کردن دستگاه

2- امتداد شاقولی گذرنده از مرکز دوربین باید از نقطه راس زاویه بگذرد

3- قرائت زاویه ها- زاویه افقی – زاویه قائم

4- پیچهای مختلف دوربین:

الف- پیچ مربوط به قفل حرکت دوربین حول محور قائم

ب- پیچ مربوط به قفل حرکت دوربین حول محور افقی

ج- پیچ مربوط به حرکت میلیمتری دوربین حول محور قائم

د- پیچ حرکت میکرومتری دوربین حول محور افقی

ه – پیچ مربوط به تغییر وضعیت لمب افقی

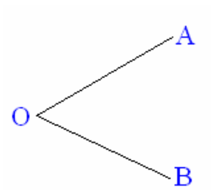
و-پیچ های مربوط به قرائت زاویه

ی-پیچ های مربوط به تنظیم عدسی ها

5- تنظیم دوربین

6- وضعیت مستقیم و وضعیت معکوس

برداشت زاويه افقي:



1- دوربین را در نقطه o تراز کنید.

2- به نقطه A نشانه بروید و عدد مربوط به لمب افقی را قرائت کنید.

3- به نقطه B نشانه بروید و عدد مربوط به لمب افقی را قرائت کنید.

4- مقادیر قرائت شده در مرحله 2 و 3 را از هم کم کنید تا زاویه A و B بدست آید.

ايرادهاي وارد بر روش ذكر شده:

1- کنترلی روی صحت اندازه گیریها نداریم.

2- هیچگونه تصمیمی روی اندازه گیریها نمی توان انجام داد.

3- دقت اندازه گیری محدود به دقت دستگاه است.

دو روش براي اندازه گيري زاويه وجود دارد:

روش تجدید:

روش عنوان شده را n بار تکرار کرده و نتایج حاصل متوسط می گیریم.

1- زاویه را مطابق روش قبل اندازه گیری می کنیم.

2- مرحله شماره 1 را (n-1) بار تکرار می کنیم(2nبار قرائت زاویه و 2n بار نشانه روی $\frac{W}{\sqrt{n}}$

3- میانگین زوایای بدست امده را محاسبه کنید.

روش تکرار Reputation:

1- دوربین را در محل سوار کنید.

2- به نقطه a نشانه رئید ئ عدد زاویه افقی را بصورت دقیق یادداشت کنید.

3- لمب افقی را قفل کرده و سپس به B نشانه روید و عدد زاویه را بصورت تقریبی قرائت کنید.

4- لمب افقی را ازاد کرده و به A نشانه روید.

5- سیکل 3 و 4 را چند بار تکرار کنید.

6- مرحله آخر که به B نشانه رفته ایم عدد مربوط به لمب افقی را به صورت دقیق قرائت می کنیم.

7- عدد مرحله 6 و عدد مربوط به مرحله 2 را از هم کم می کنیم(با توجه به دعاتی که از 360 درجه رد شده ایم) از تقسیم این عدد به n زاویه مورد نظر بدست می آید.

n/((تعداد دفعاتی که از 369 درجه رد شده ایم)*360+قرائت اول-قرائت آخر)=α

مثال- روش تجدید:

	Sta.	From	to	قرائت	
مرحله اول	0	A		20°41'	α_1=(92°41'-20°41')
			B	92°21'	α_1=71°40'
مرحله دوم	0	A		20°43'	α_2=71°37'
			B	92°20'	
مرحله سوم	0	A		20°41'	α_3=71°41'
			B	92°22'	

$$\alpha = \frac{1}{3}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) = 71°39'20''$$

$$\sigma = 1'$$

$$\sigma_\alpha = \frac{1'}{\sqrt{3}} = 30''$$

مثال – روش تکرار

Sta.	From	to	قرائت
0	A		20°41'
		B	92°
	A		
		B	163°
	A		
		B	235°40'

$$\alpha = \frac{23°54' - 20°41'}{3} \Rightarrow \alpha = 71°39'40''$$

*دقت اندازه گیری $\sigma_\alpha = \frac{1'}{3} = 20''$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

σ_α:دقت مورد نیاز و σ_x:دقت دستگاه

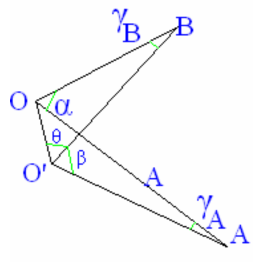
مثال-

دقت اندازه گیری زاویه تئودلیت $1'$ است می خواهیم زاویه ای را با دقت $5''$ اندازه گیری کنیم تعداد اندازه گیری به روش تجدید چندبار است؟

$$\sigma_x = 1' = 60''$$

$$\Rightarrow \sigma_\alpha = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \Rightarrow 5'' = \frac{60''}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 166$$

$$\sigma_\alpha = 5''$$



زاويه هاي خارج از ايستگاه:

هدف :اندازه گیری زاویه $B\hat{o}A$

دوربین را نمی توان در O سوار کرد.

1- دور بین را در 'O (نزدیکترین نقطه به O که امکان دوربین گذاری موجود است)قرار می دهیم.

2- طولهای 'OO و OA و OB را اندازه گیری کنید.

3- زاویه $B\hat{o}'o(\theta)$ و $A\hat{o}'o(\beta)$ را اندازه گیری کنید.

$$\alpha = A\hat{o}'B - \hat{\gamma}_B + \hat{\gamma}_A$$
$$\alpha = \beta - \theta - \hat{\gamma}_B + \hat{\gamma}_A$$

$$\Delta AOO'$$

رابطه دقیق:
$$\frac{\sin\gamma_A}{OO'} = \frac{\sin\beta}{OA} \Rightarrow \gamma_A = \sin^{-1}[\frac{OO'}{OA}\sin\beta]$$

در رابطه بالا چون γ_A کوچک است می توان از $\sin^{-1}$ صرفنظر کرد.

$$\Delta BOO'$$

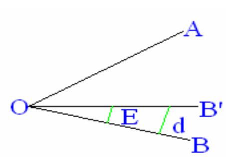
رابطه دقیق:
$$\frac{\sin\gamma_B}{OO'} = \frac{\sin\theta}{OA} \Rightarrow \gamma_B = \sin^{-1}[\frac{OO'}{OB}\sin\theta]$$

در رابطه بالا چون γ_A کوچک است می توان از $\sin^{-1}$ صرفنظر کرد.

روابط بصورت تقریبی:

$$\gamma_A = \frac{OO'}{OA}\sin\beta \qquad , \qquad \gamma_B = \frac{OO'}{OB}\sin\theta$$

پیاده کردن یک زاویه به روش تکرار:



نقاط O و A روی زمین مشخص است نقطه B را طوری تعیین کنید که

$\angle AOB$ برابر مقدار معلوم α باشد.

σ_α:دقت مورد نیاز(خطای مجاز یا خطای اندازه گیری شده)

σ:دقت دستگاه (خطای دوربین)

احتیاج به تکرار نیست $if \sigma_\alpha > \sigma \rightarrow$ $\qquad$ $n = \dfrac{\sigma}{\sigma_\alpha}$

1- با استفاده از رابطه $n = \dfrac{\sigma}{\sigma_\alpha}$ تعداد دفعات تکرار مشخص می شود.

2- دوربین در O سوار شود.

3- به نقطه A نشانه رفته و زاویه لمب افقی را قرائت کنید.

4- دوربین را به اندازه زاویه α در جهت مطلوب می گردانیم و روی جهت مشخص شده نقطه 'B را پیاده می کنیم.

5- زاویه 'AOB را به روش تکرار با n مرتبه تکرار اندازه گیری کنید.

6- اختلاف زاویه سر هر O با زاویه αرا ε می نامیم.

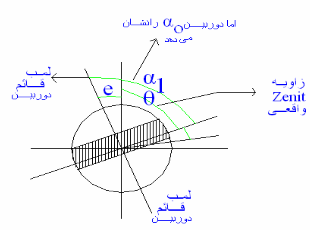
7- فاصله 'BB از رابطه $BB' = \varepsilon \times OB'$ محاسبه می شود البته ε بر حسب رادیان باید باشد.

8- نقطه B به فاصله $d = \varepsilon \times OB'$قرار دهید.

زاویه Zenit حدود 90° و زاویه قائم حدود 0° است.

اندازه گیري زاويه قائم:

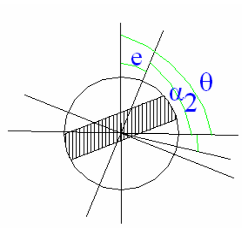
دوربین خطا دارد و خط قائم لمب کمی انحنا به مقدار α دارد پس خطا دارد:



$$\alpha_1 - e = \theta$$

$$\theta = \alpha_2 + e$$

$$\alpha_2 + e = \alpha_1 - e \Rightarrow e = \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

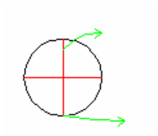


e:خطای ناشی از قائم نبودن لمب قائم.

دوربین 180 درجه چرخیده است

پارامتر e که زاویه بین امتداد محور قائم لمب قائم با امتداد شاقولی است و در حالتیکه دوربین تراز باشد Index error نامیده می شود.

دوربین که زاویهZenit را می دهد صفر ان روی خط قائم لمب قائم است.



وربینی که زاویه قائم می دهد صفر آن روی خط افقی لمب قائم است.

خطاها در اندازه گيري زوايا و جهات:

1- خطاهای دستگاهی :

- محورهای مختلف دوربین روابط مورد نظر را نداشته باشند.
- درجه بند لمب قائم و افقی خطا داشته باشد.

2- خطای انسانی:

- دوربین دقیقا روی ایستگاه سوار نشده باشد.
- خطا در تراز کردن دستگاه
- خطا در قرائت اعداد از روی لمب افقی و قائم
- خطا در نشانه روی
- پارالکس

3- خطاهای طبیعی

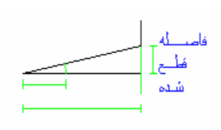
- نشست سه پایه
- شکست نور
- تغییر درجه حرارت
- باد

روشهاي غير مستقيم فاصله يابي:

1- استادیمتری Stadimetry

2- تاکئومتری Tacheometry

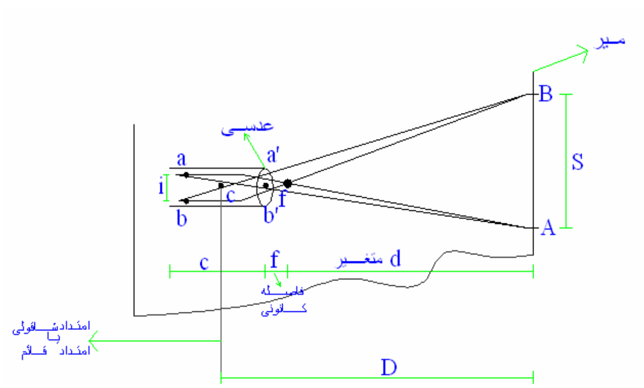
تاكئومتري: مجموعه روشهائی است که برای پیدا کردن فواصل افقی و یا اختلاف ارتفاع با استفاده از



قرائت کردن زوایا و فواصل قطع شده Subtended Interval بکار گرفته می شود.

استاديمتري : یکی از روشهای تاکئومتری است که زوایا و فواصل قطع شده توسط تئودولیت و میر

اندازه گیری می شود.



هدف بدست آوردن فاصله افقی ml یا D

$$\Delta a'b'F \cong \Delta ABF$$

$$\frac{a'b'}{AB} = \frac{f}{d} = \frac{i}{s}$$

$$d = \frac{f}{i}s$$

$D = c + f + \frac{f}{i}s$ برای هنگامی که زاویه

قائم صفر است.

Stadia Interval factor 100 =ضریب استادیمتری= $K = \frac{f}{i}$

$c = C + f$

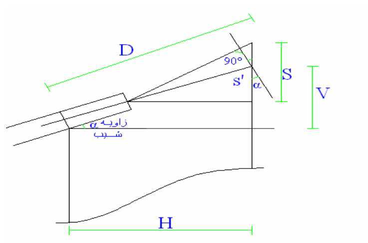
$c = 0$=خطای آنالاتیسم=برای دوربینهائی که تنظیم تصویر توسط جابجائی یک عدسی میانی انجام می

شود.

$$D = c + Ks \rightarrow if c = 0 \rightarrow D = Ks$$

استاديمتري روي شيب:

- حالتی که دوربین زاویه شیب α را داشته باشد.



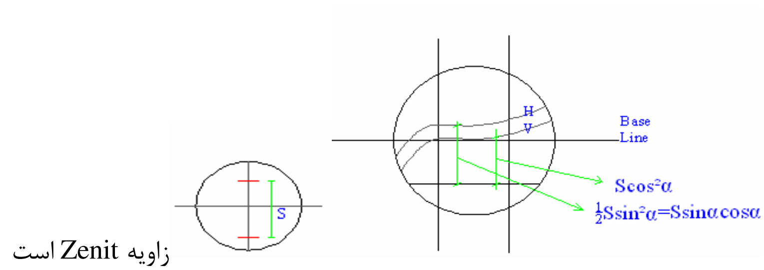
$$S' = S\cos\alpha$$
$$D = KS'$$
$$H = D\cos\alpha \rightarrow H = KS'\cos\alpha \rightarrow$$

$H = KS\cos^2\alpha \rightarrow$ است Horizental زاویه

$$V = D\sin\alpha$$
$$V = KS'\sin\alpha \rightarrow V = KS\sin\alpha\cos\alpha \rightarrow$$

$V = \frac{1}{2}KS\sin(2\alpha) + c\sin\alpha \rightarrow c = 0 \rightarrow V = \frac{1}{2}KS\sin(2\alpha)$ است vertical زاویه

تاکئومتر تبدیل کننده: Self Reducing Tacheometer



خطاهاي استاديمتري:

1- خطا در ضریب استادیمتری K

2- استاندارد نبودن طول شاخص

3- خطا در قرائت فاصله استادیمتری S

4- غیر شاقولی بودن میر

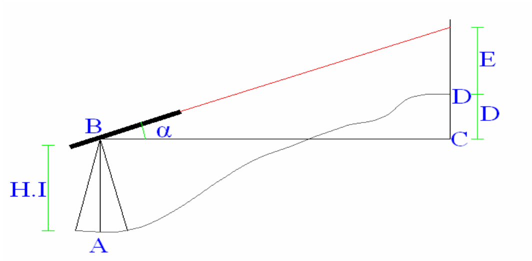
5- خطا در قرائت زاویه قائم

6- شکست نور

قائم $V = \frac{1}{2}KS\sin(2\alpha)$

افقی $H = KS\cos^2\alpha$

ترازيابي با تئودوليت:



روش اول:

HI: ارتفاع دستگاه

S: فاصله استادیمتری=(تار بالا – تار پائین)

α: زاویه قائم Rad_D : قرائت تار وسط

$$V = \frac{1}{2} KS \sin(2\alpha)$$

اختلاف ارتفاع= $\Delta_{elev.} = AB + CE - ED$

$$V = AB + CE$$

اگر بخواهیم خود ارتفاع آن نقطه را حساب کنیم باید: $\Delta_{elev.+(elev)_1}$

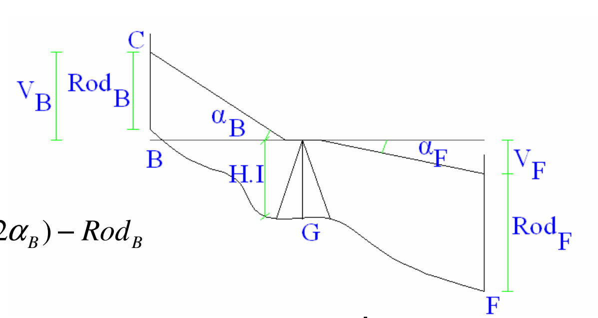
اختلاف ارتفاع $\Delta_{elev.} = HI + \frac{1}{2} KS \sin(2\alpha) - Rod_D$

$$Elev._D = Elev._D + HI + V - Rod_D$$

روش دوم:

اختلاف ارتفاع= $\Delta_{elev.} = Rod_F + V_F + V_B - Rod_B$

$$\Delta_{elev.} = Rod_F + \frac{1}{2} KS_F \sin(2\alpha_F) + \frac{1}{2} KS_B \sin(2\alpha_B) - Rod_B$$



اگر این اطلاعات را داشتیم دیگر احتیاجی به ارتفاع دستگاه نداریم.

مزیت روش دوم نسبت به روش اول دراین است که تنظیم کردن روی یک نقطه مشخص لازم نیست و

مزیت دیگر این که در فرمول بدست آوردن HI یا اندازه ارتفاع دستگاه لازم نیست.

$$Elev._B = Elev._G + HI + V_B - Rod_B$$

$$\rightarrow Elev._F - Elev._B = Rod_B - Rod_F - V_F - V_B$$

$$Elev._F = Elev._G + HI - V_F - Rod_F$$

پیمایش: Traverse

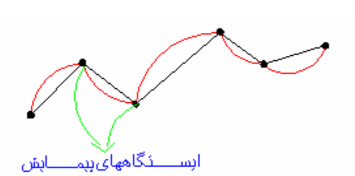
منظور از پیمایش عملیاتی است که در آن این کارها انجام میشود.

1- عملیات روی یک سری خطوط مستقیم که در یک سری نقاط به هم پیوسته انجام می شود

2- فاصله بین این نقاط و زاویه بین خطوط و در موارد خاص اختلاف ارتفاع نقاط اندازه گیری می شود.

3- هدف تعیین مختصات نقاط و بدست آوردن ارتفاع آنها می باشد.

پلان مسیر:



- هدف تعیین مختصات نقاط و بدست آوردن ارتفاع آنهاست.

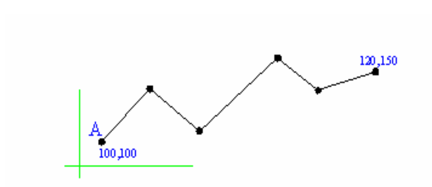
ایستگاه پیمایش: Traverse Station

تعریف: به محل اتصال خطوطی که در عملیات پیمایش داریم ایستگاه پیمایش گویند و در عملیات پیمایش بایستی در هر ایستگاه دوربین گذاری انجام شود.

انواع پیمایش:

1 -پیمایش باز Open Traverse

2-پیمایش بسته Closed Traverse



پیمایش باز:

در این پیمایش از یک نقطه معلوم مثل نقطه A عملیات آغاز می شود و به ترتیب مختصات بقیه نقاط محاسبه می گردد.

توجه – توصه می شود به دو دلیل زیر این پیمایش انجام نشود:

1- هیچگونه کنترلی روی صحت عملیات نداریم.

2- مختصات حاصله قابل تصحیح نیستند.

پیمایش بسته:

در این نوع پیمایش از یک نقطه با مشخصات معلوم شروع و به یک نقطه با مشخصات معلوم ختم می شود.(نقطه شروع و نقطه خاتمه بر روی هم منطبق نمی گردد).

پیمایش مدار بسته Closed Loop Traverse:

حالت خاصی از پیمایش بسته که نقاط ابتدا و انتها بر هم منطبق است.

شرایط مشخص بودن یک نقطه در پیمایش بسته:

1- مختصات نقطه معلوم

2- در آن نقطه یک امتداد معلوم داشته باشیم (یا آزیموت معلوم)

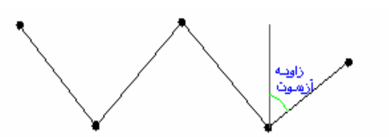
قرائت زاویه در پیمایش:

1- زاویه افقی

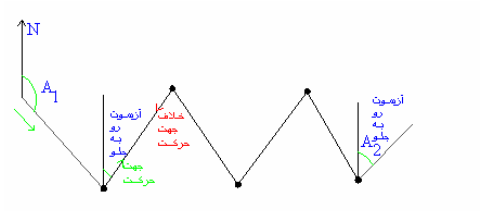
- زاویه انحراف

- زاویه داخلی(پیمایش بسته)

2- زاویه قائم



در پیمایش باز یا بسته معمولا زاویه افقی بین خطوط بصورت زاویه انحراف اندازه گیری می شود.



در پیمایش مدار بسته معمولا زاویه داخلی اندازه گیری می شود.

برای بالا رفتن دقت کار زاویه افقی دوبار اندازه گیری می شود یکبار دوربین در حالت معکوس و یکبار هم دوربین در حالت مستقیم قرار می گیرد.

خطاي زاويه در پيمايش

در پیمایش باز : $Ec = A_1 + \sum_{i=1}^{n} \alpha R_i + \sum_{j=1}^{n} \alpha R_j - A_2 - 360^\circ$

Ec =خطای بست زاویه ای

A_1 = آزیموت رو به جلو امتداد معلوم در نقطه اول

$\sum_{i=1}^{n} \alpha R_i$ =زاویه انحراف به راست در کلیه عملیات

$\sum_{j=1}^{n} \alpha R_j$ = زاویه انحراف به چپ در کلیه عملیات

A_2 =آزیموت رو به جلو امتداد معلوم در نقطه آخر

$Ec = 0$:اگر خطا نداشته باشیم

اگر پیمایش مدار بسته داشتیم:

در این حالت زوایای داخلی را اندازه می گیرند.

$$Ec = (n-2)180^\circ - \sum \beta_i$$

n = تعداد اضلاع

β_i =زاویه های داخلی

توجه- مقدار خطا را باید بر روی زوایائی که اندازه گیری کرده ایم سرشکن کنیم پس اگر وزن اندازه گیری زاویه ها یکسان باشد خطای Ec بصورت مساوی بین زاویه ها سرشکن می شود.

اگر مجموع زوایا از 360° بیشترند یا از 360°کمتر کم می کنیم و به نسبت مساوی از زاویه ها کم می کنیم مثلا در یک 4 ضلعی مجموع 361 می باشد.

$$360-361=-1^\circ$$

$$\frac{6}{2},\frac{6}{3},\frac{6}{4},\frac{6}{5}$$

$$\frac{\alpha}{\sum \text{زوایا}}*(360-\varphi)$$

φ:مجموع زوایای داخلی

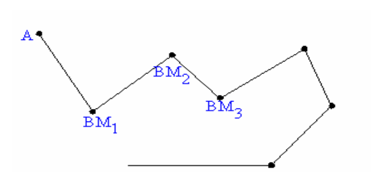
پیمایش بسته اگر فقط زاویهای انحراف به راست اندازه گیری شود:

$$Ec = A_1 + \sum_{i=1}^{n}\gamma_i - (n-1)360^\circ - A_2$$

γ_i=زاویه انحراف بدست آمده

$V_3 = \dfrac{\frac{3}{6}}{\frac{2}{6}+\frac{3}{6}+\frac{4}{5}+\frac{5}{4}}*(-1^\circ)$:تصحیح زاویه سوم

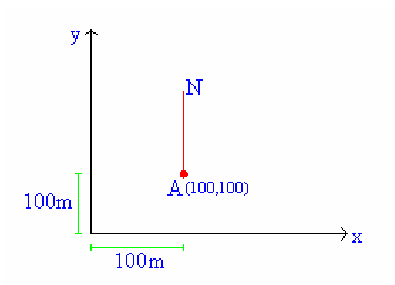
نحوه يادداشت برداري در پيمايش:



		قرائت تارهای رتیکول				زاویه افقی					
	Sta.	نقطه نشانه روی	تار بالا	تار وسط	تار پایین	زاویه قائم	معکوس	مستقیم	میانگین	فاصله افقی	فاصله قائم
BM_1	Sta.										
	BM_2										
BM_2	BM_1										
	BM_3										
BM_3											

محاسبات در پیمایش:

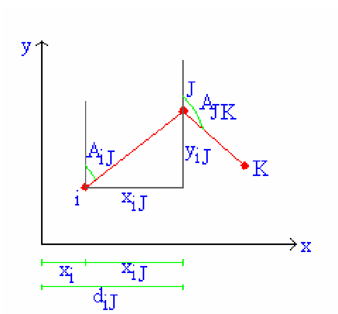
3 نقطه متوالی از پیمایش را داریم:K,J,i



$$i\left|\begin{matrix} x_i \\ y_i \end{matrix}\right. \qquad J\left|\begin{matrix} x_J \\ y_J \end{matrix}\right. \qquad K\left|\begin{matrix} x_K \\ y_K \end{matrix}\right.$$

نموطولی: $departure = x_{iJ}$

نمو عرضی: $Latitude = y_{iJ}$



$$x_{iJ} = d_{iJ} * \sin A_{iJ}$$
$$y_{iJ} = d_{iJ} * \cos A_{iJ}$$

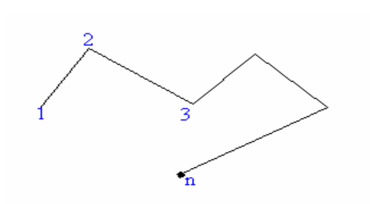
$$x_J = x_i + x_{iJ}$$

$$y_J = y_i + y_{iJ} \qquad \rightarrow d_{ij} = \sqrt{(x_J - x_i)^2 + (y_J - y_i)^2}$$

مختصات 3 نقطه را می توان بدون محاسبه خطاها و تصحیح بدست آورد:

$$A_{iJ} = tg^{-1}\left[\frac{\hat{x}_J - \hat{x}_i}{\hat{y}_J - \hat{y}_i}\right]$$

در عملیات پیمایش بسته با n نقطه پیمایش مختصات نقطه اول



و نقطه nام را داریم:

(محاسبه شده): $x_n = x_1 + \sum_{i=1}^{n-1} x_{i,i+1}$

(محاسبه شده): $y_n = y_1 + \sum_{i=1}^{n-1} y_{i,i+1}$

اگر خطای اتفاقی وجود نداشت رابطه روبرو باید برقرار باشد:

$$x_n - x_1 = \sum_{i=1}^{n-1} x_{i,i+1}$$

$$y_n - y_1 = \sum_{i=1}^{n-1} y_{i,i+1}$$

(به علت وجود خطاهای اتفاقی مقادیر بالا اتفاق نمی افتد (صفر نمی شود))

خطاي بست در موقعيت: Error Of Closure in Position

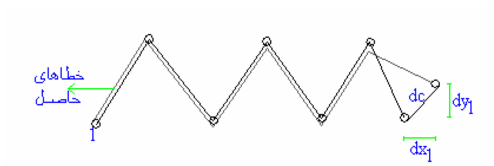
$$E_X = \sum_{i=1}^{n-1} x_{i,i+1} - (x_n - x_1)$$

$$E_Y = \sum_{i=1}^{n-1} y_{i,i+1} - (y_n - y_1)$$

تصحيح بست در موقعيت:

$$d_{xt} = -E_X \Rightarrow E_X = (x_n - x_1) - \sum_{i=1}^{n-1} x_{i,i+1}$$

$$d_{yt} = -E_Y \Rightarrow E_Y = (y_n - y_1) - \sum_{i=1}^{n-1} y_{i,i+1}$$



خطای برآیند $= d_c$

$$d_c = \sqrt{d_{xt}^{\ 2} + d_{yt}^{\ 2}}$$

دقت نسبي در پيمايش : Relative Accuracy(R.A)

$$R.A. = \frac{d_c}{\sum_{i=1}^{n-1} d_{i,i+1}}$$

هر وقت d_c را دادند با خطای مجاز مقایسه می کنیم

هر وقت $R.A.$ را دادندبا دقت مجاز یا خطای نسبی مجاز مقایسه می شود.

خطای مجاز: $= K\sqrt{l}$